

REFLEXIONES

APRENDIZAJE DEL CARDINAL NUMÉRICO: CONFLICTO COGNITIVO Y CAMBIO CONCEPTUAL MICROGENETIVO

LEARNING CARDINAL NUMBERS: COGNITIVE CONFLICT AND MICRO-GENETIC CONCEPTUAL CHANGE

M.^ª Soledad Morales Martínez¹

RESUMEN

Uno de los primeros aprendizajes que realizan los niños en la infancia es el aprendizaje del cardinal numérico. El presente artículo sintetiza los resultados encontrados en la tesis doctoral del mismo título. Se parte de los hallazgos realizados en este campo por Bermejo y Lago (1990; 1991; 1994) y Bermejo (1996). Estos autores han encontrado seis niveles de comprensión en la adquisición de la respuesta de cardinal numérico. Asimismo se parte en este estudio de una concepción constructivista del aprendizaje.

El objetivo de la investigación era facilitar en los niños la adquisición de una verdadera respuesta de cardinal numérico, un cambio conceptual microgenético, cuando partían de aplicar la regla del último numeral (nivel IV).

Los resultados han puesto de manifiesto que los participantes del grupo experimental mostraron niveles más altos en la adquisición de la verdadera respuesta de cardinal numérico en un breve espacio de tiempo, cuando en condiciones normales se requieren varios meses.

¹ Psicología Educativa.

PALABRAS CLAVE

Cardinal numérico, Conflicto cognitivo, Cambio conceptual microgenético.

ABSTRACT

The learning of cardinal numbers is one of the earliest children do. This paper addresses the findings by Bermejo and Lago (1990, 1991, 1994) and Bermejo (1996). These authors found six comprehension levels in the acquisition of the cardinal numbers. This paper assumes the constructivistic approach as theoretical frame.

The study attempted to ease the child acquisition of a real cardinal numeric response, a micro-genetic conceptual change once they could apply the last numeral rule (level IV).

Results reveal that participants in the experimental sample showed higher levels in the acquisition of the real cardinal numeric response in a short time, in contrast with the standard acquisition which may take several months.

KEY WORDS

Cardinal numbers, Cognitivo conflict, Micro-genetic conceptual change.

1. INTRODUCCIÓN

El presente artículo es un intento por resumir y difundir los resultados que se han encontrado en la tesis doctoral del mismo título. Es un estudio de aprendizaje y pretende facilitar en los niños la adquisición del cardinal numérico, tema bastante novedoso, investigado normalmente más desde el punto de vista evolutivo que desde su adquisición como se aborda en este estudio. Se han obtenido además unos resultados de gran aplicabilidad en la escuela.

Para realizar este estudio se han revisado por un lado, las investigaciones realizadas en el campo específico de la adquisición de las primeras nociones o conceptos matemáticos en los niños; y, por otro lado, los estudios más importantes sobre el aprendizaje, el conflicto cognitivo y el cambio conceptual desde la perspectiva constructivista. A continuación se hace una breve reseña de los aspectos más importantes para esta investigación.

Se han obtenido preocupantes

resultados en matemáticas en las recientes evaluaciones realizadas por el Ministerio de Educación (Instituto Nacional de Calidad y Evaluación, 1995) que hacen pensar en la necesidad de un cambio profundo en su enseñanza. De ir desterrando los modelos tradicionales basados en la transmisión de conocimientos y acercarnos a otros planteamientos educativos más adecuados y novedosos, como, por ejemplo los constructivistas. Se va desvaneciendo el papel tradicional del profesor como conocedor y del aprendiz como desconocedor, dejando paso a una imagen del profesor como facilitador, cuya tarea no consiste en dispensar conocimientos, sino en proporcionar a los estudiantes oportunidades para alcanzarlos (von Glasersfeld, 1996).

Intentando responder a este reto del alto fracaso escolar en el área de matemáticas, se ha investigado en las últimas décadas sobre el aprendizaje de las primeras nociones o conceptos matemáticos (por ejemplo, Bermejo, B.; Lago, M.O.; Rodríguez, P. y Pérez, M. (2.000); Bermejo, V. y Lago, M.O. (1994; 1991; 1990); Sophian (1992); Fuson, K. (1992; 1988) y Frye, D.; Braisby, N.; Lowe, J.; Maroudas, C. y Nicholls, J. (1989).

El trabajo, ya clásico, que ha servido de pauta para el desarrollo posterior del estudio del conteo es el de Gelman y Gallistel (1978). Estos autores indicaron la existencia de tres principios que hacían referencia a cómo contar (principio de correspondencia uno-a-uno; de orden estable y principio de cardinal numérico) y dos principios de permisividad: principio de abstracción y principio de orden irrelevante.

Bermejo y Lago (1994) y Bermejo (1996) han intentado determinar si una vez que el niño sabe contar y aplica el principio de cardinal numérico su respuesta se ajusta verdaderamente o no a una comprensión del cardinal o a una regla mecánica carente de sentido. Uno de sus hallazgos más novedosos y relevantes es que han identificado seis niveles evolutivos en la adquisición del cardinal numérico (Bermejo y Lago, 1990, 1991; y Bermejo (1996)). Estos niveles son:

1. Incomprensión de la situación y respuesta al azar. Este comportamiento se pone de manifiesto cuando, por ejemplo, los niños entregan el mismo número de fichas (generalmente todas) cuando se les piden diversas cantidades. Es menos frecuente cuando los niños tienen que contar un conjunto de elementos y responder, a continuación, a la pregunta de cardinal numérico. Ante esta pregunta suelen emplear un numeral distinto a todos los utilizados en la secuencia de conteo, o bien uno no se corresponde exactamente con el último.

2. Repetición de la secuencia de conteo. Este comportamiento tiene lugar cuando los niños cuentan, correctamente o no, y a continuación responden a la pregunta de cardinal numérico con la misma secuencia de conteo, aunque sin hacer referencia a los objetos.

3. Volver a contar. Esta respuesta se diferencia de la anterior en que, en este caso, los niños establecen explícitamente una nueva correspondencia entre los objetos y numerales para responder a la pregunta de cardinal numérico.

4. Aplicación de la «regla del último numeral». Consiste en responder con el último numeral, independientemente de que dicha respuesta entre en flagrante conflicto con lo que el niño realmente conoce. Esto se ve muy bien en las situaciones de conteo hacia atrás.

5. Responder con el numeral mayor de la secuencia de conteo. Esta respuesta aparece en la situación de conteo hacia atrás, los niños responden a la pregunta de cardinal numérico con el primer número empleado en la secuencia de conteo. Por ejemplo, si son seis elementos los que tienen que contar, y se les manda contar de 8 hacia atrás terminan en dos. Los niños al preguntarles cuántos elementos hay no dirán que hay «seis», ni «dos», sino «ocho».

6. Respuesta de cardinal numérico. Los niños no se limitan a repetir el último elemento de la secuencia de conteo, sino que comprenden que ese término está realmente representando a todos los elementos contados. Este hecho se pone más claramente de manifiesto en las tareas en las que deben construir o reproducir un conjunto, así como cuando no se contentan con repetir el último numeral en la situación de conteo hacia atrás, en la que son incluso capaces de invertir la regla habitual.

La investigación parte de esta concepción por niveles y pretende demostrar que es posible mejorar y facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de adquisición de una verdadera respuesta de cardinal numérico (nivel VI); en concreto en niños que partían del nivel IV de

comprensión en el que aplicaban la regla del último numeral.

Las ideas básicas sobre el aprendizaje desde una concepción constructivista que constituyen los pilares teóricos de la investigación son:

— Los niños construyen su propio conocimiento matemático, de modo que adquieren los nuevos contenidos integrándolos y estructurándolos en función de sus competencias cognitivas (p.e., Bermejo, Lago y Rodríguez, 1998; Novak (1998) y Cobb, 1988).

— El aprendizaje escolar se entiende como un proceso de modificación, ampliación y enriquecimiento de los esquemas de conocimiento del alumno como consecuencia de la actividad mental que la instrucción provoca (Marchesi y Martín, 1998).

— El cambio conceptual sería el último escalón de un proceso de aprendizaje que requiere numerosos cambios cuantitativos y cualitativos menores que hagan posible una «revolución» conceptual o reestructuración de conocimientos, que implica dicho cambio (Pozo, 1997). Como indican Pozo y Scheuer (1999) el cambio conceptual requiere construir estructuras conceptuales más complejas a partir de otras más simples y, probablemente establecer usos diferenciales para cada uno de los contextos de aplicación. En otras palabras, el aprendizaje es un proceso graduado, no algo de todo o nada.

Los objetivos de esta investigación han sido:

— Utilizar la concepción por niveles de la adquisición del cardinal numérico hallada en los trabajos de Bermejo y Lago (citados anteriormente) para facilitar en los niños, mediante un proceso de aprendizaje, el paso de la mera aplicación mecánica de la regla del último numeral (nivel IV) a dar una verdadera respuesta de cardinal numérico (nivel VI). Es decir, seleccionar a niños que aplicaran mecánicamente la regla del último numeral y por medio de la exposición repetida de estos niños a tareas en las que la aplicación de la regla del último numeral conduce a una solución incorrecta y el conflicto cognitivo que se produce al aplicar distintas secuencias de numerales sobre el mismo conjunto de objetos, llevarán al niño a la adquisición del cardinal numérico.

— Observar, en caso de darse, cómo se ha producido ese cambio conceptual microgenético, analizando las tareas y si hay algún momento especialmente significativo. Para su futura aplicación en la escuela.

— Prestar atención a los errores que cometan los participantes; ya que los errores son las mejores «pistas» para guiar futuros pasos porque indican dónde y por qué se ha parado el aprendizaje de ese niño.

2. MÉTODO

2.1. Participantes

La investigación se realizó con participantes de dos colegios situados en la zona sur de Madrid. Con edades com-

prendidas de 4 a 6 años. Para seleccionar la muestra se pasó un pretest a todos los niños y niñas de dos clases de 21 del segundo ciclo de la etapa infantil, y a otras dos clases de 31 de ese mismo ciclo. A partir de los resultados del pretest se seleccionó una muestra de 48 participantes entre los niños que partían del nivel IV (que aplicaban la regla del último numeral). Los mismos se asignaron al azar en un grupo control y otro grupo experimental) de 24 participantes (12 niños y 12 niñas respectivamente) cada uno.

2.2. Materiales

Se utilizó una grabadora en todas las fases.

Para la prueba pretest se emplearon:

- Dos hileras de 3 y 5 cubos de madera respectivamente fijados a una cartulina.

Para el procedimiento de aprendizaje que constaba de cuatro pruebas se utilizó:

- Un muñeco de goma dura de 7 cm. de altura que representaba a Pinocho.
- 8 cubos de madera de 2 cm. de ancho x 2 cm. de largo x 2 cm. de altura, para la primera prueba.

En la segunda prueba:

- Dos hileras de 4 fichas redondas de fieltro adheridas a una tablilla de corcho, ambas idénticas. Y otras dos hileras de 6 fichas con las mismas características.

- Cuadrados de papel de 4 cm. de lado dónde se ponían los números que decían los niños.

Para la tercera prueba se emplearon dos puzzles de corcho duro uno con 3 huecos cuadrados y otro con cinco huecos. Asimismo había unas piezas cuadradas que encajaban en dichos huecos (había más piezas que huecos).

Para la cuarta prueba: caramelos de café con leche (vda. de solano, de néctar de piña y de menta).

Para ambos postests se utilizó el mismo material que en el pretest y además:

- Una hilera de 6 fichas redondas de fieltro pegadas en una cartulina con una separación de 0'5 cm.
- Una hilera de 8 fichas idénticas a las anteriores.

2.3. Procedimiento empírico

El diseño empírico presentó la forma de pretest-sesiones de aprendizaje-postest.

2.3.1. Pretest

El procedimiento empírico comenzó con la aplicación de un pretest cuyo objetivo era determinar el nivel de competencia inicial de estos niños. Se seleccionó a aquellos niños y niñas que estuvieran en el nivel IV de adquisición de la respuesta de cardinal numérico, para después asignarlos en dos grupos (un grupo experimental y un grupo control).

El pretest constaba de dos pruebas con dos tareas cada una. En la primera prueba, prueba 1, se presentaba al niño una hilera de cubos fijos a una cartulina, en la tarea «1a» eran 3 y en la «1b» 5. Se decía al niño: «Aquí tienes una hilera de cubos. ¿Quieres contar estos cubos empezando por el 2?». Inmediatamente después que el niño contaba, el experimentador preguntaba «¿cuántos cubos hay?».

En la segunda prueba, prueba 2, dentro de la tarea «2a» se daba al niño/a la siguiente consigna: «A continuación vas a escuchar una serie de golpes lentos dados con la mano sobre la mesa. ¿Quieres contar en voz alta los golpes que doy, empezando por el número 2?». Se presentaban 4 golpes dados con los nudillos sobre la mesa (siguiendo el mismo ritmo pausado para todos los participantes). Se esperaba que el/la niño/a emitiera la secuencia «2, 3, 4, 5». Inmediatamente se le preguntaba «¿cuántos golpes he dado?». En la tarea «2b» se repitió el mismo proceso que en la tarea «a» pero con 6 golpes en lugar de 4.

El pretest tuvo una duración aproximada de unos 5' con cada niño/a. A todos los participantes se les informaba previamente que se iba a registrar todo el proceso en una grabadora.

2.3.2. Fase de aprendizaje

Esta fase sólo se aplicó al grupo experimental. Se pueden señalar tres criterios que prevalecieron a la hora de diseñar las diferentes pruebas:

1) Producir al niño/a conflictos cognitivos: una misma cantidad que se contaba de dos modos pero que no podía dar resultados diferentes si la cantidad seguía siendo la misma. Está situación se producía en interacción con una persona adulta que actuaba mediante un cuestionamiento socrático.

2) Tareas que sólo se resolvían correctamente mediante el nivel V ó VI, pero no con la regla del «último numeral» (nivel IV).

3) El instructor ofrecía al niño/a ayudas puntuales: algunas indicaciones verbales y refuerzo como «bien, muy bien».

Cada participante del grupo experimental pasó por cuatro pruebas con dos tareas cada una. Se le indicaba al niño o niña que podía contar con la ayuda de un muñeco de goma que representaba a Pinocho y que se iba a grabar todo el proceso. Las pruebas fueron las siguientes:

Prueba I. Constaba de dos tareas:

- Tarea «Ia»: se presentaban al niño/a 3 cubos de madera alineados, se le pedía que contara y se le preguntaba «¿cuántos cubos hay?» (la respuesta esperada era «3»). Se le pedía al niño/a que volviera a contar pero ahora comenzando por el numeral «2». Cuando realizaba esto se le preguntaba «¿cuántos cubos hay?». El/la niño/a, aplicando la regla del último numeral debía responder «4». Entonces el instructor explicitaba que los cubos eran los mismos, que nadie había quitado ni

añadido ninguno, pero que él o ella había dado dos respuestas diferentes. Se ponía de relieve la contradicción, para que tomara conciencia del conflicto que se estaba planteando.

- En la tarea «Ib» se realizaba el mismo proceso que en la tarea anterior pero con 5 cubos.

Prueba II:

- En la tarea «IIa» Se presentaban dos hileras iguales con 4 fichas redondas adheridas a una tablilla de corcho, se ponían en paralelo delante del niño/a. Primero, se ayudaba al niño/a a reconocer que las dos hileras tenían la misma longitud y los mismos elementos, en definitiva, que eran iguales. Posteriormente, se pedía al niño/a que contara una de las filas empezando por «1». Al terminar se le preguntaba «¿cuántas fichas hay?». La respuesta esperada era «4» y se anotaba en una cartulina. Luego se decía al niño o niña que contara la segunda hilera comenzando por «2», y se le preguntaba «¿cuántas fichas hay?». Lo esperado era que dijera «5», anotándose la respuesta en una cartulina. Se indicaba que él o ella había dicho que las hileras eran iguales, sin embargo había dado dos números diferentes (mostrándole los numerales en el código que conocía). El instructor le preguntaba cómo era ello posible e interaccionaba con el/la niño/a hasta que solucionaba el conflicto.

- En la tarea «IIb» se repetían los mismos pasos que en la tarea «a» pero con 6 fichas en lugar de 4, en cada tablilla.

Prueba III:

- En la tarea «IIIa» se presentaba al niño/a un puzzle donde encajar 3 piezas. Se decía al niño/a «mira en cada hueco va una de estas piezas. Cuenta los huecos comenzando por «2». Cuando terminaba de contar, se le preguntaba «¿Cuántos huecos hay?». Al haber 3 huecos, la respuesta esperada era «4». «Entonces, ¿cuántas piezas se necesitan para que puedas hacer el puzzle, sin que te sobre ni te falte ninguna?». Se esperaba que el niño o niña respondiera que «4». Se le entregaban las piezas que pedía y se le decía «pon una en cada hueco». Si el/la niño/a había pedido 4 piezas, le sobraba una. Sobre este hecho se hacía patente el conflicto en sus dos respuestas.

- En la tarea «IIb» se presentaba al niño otro puzzle pero con cinco huecos y se repetía el proceso de la tarea «IIIa».

Prueba IV:

- En la tarea «IVa» el instructor comenzaba diciendo «Voy a contar en alto algunos caramelos y te los voy a dar, ¿vale?». Avisando al niño/a que iba a comenzar a contar por el «2», separaba cuatro caramelos del montón y se ponían en fila delante de él, de modo que el niño pudiera tocarlos. Se preguntaba: «¿Cuántos caramelos te voy a dar?». Si el/la niño/a respondía «5», se le indicaba «¿Estás seguro/a?, cuéntalos tú» (el niño o niña debía comenzar a contar por el «1», si comenzaba por el «2», igual que el instructor, se le avisaba

que empezara por el «1»). El/la niño/a contaba 4 y el instructor le comentaba: «Pero antes dijiste “5”». Y el instructor repetía la secuencia de conteo (empezando por «2») haciendo repetir al niño/a la suya desde «1». Se hacía patente el conflicto hasta que el niño aprendía a resolverlo.

- En la tarea «IVb» se repite el mismo proceso pero con 6 caramelos, en lugar de cuatro.

Estas cuatro pruebas se pasaban en una misma sesión que duraba de 15' a 20'. El proceso de aprendizaje constaba de 4 sesiones en días consecutivos para cada niño/a. El orden de presentación de las pruebas fue el mismo para todos los participantes, eligiéndose al azar: en primer lugar la prueba IV (la de los caramelos); después la prueba I (los cubos); en tercer lugar la prueba III (los puzzles) y, por último la prueba II (las hileras idénticas).

2.3.3. Postests.

Después de las sesiones de aprendizaje se pasó dos veces el mismo postest para comprobar si los resultados se mantenían al cabo de un período de tiempo.

El primer postest se pasó una semana después de la fase de aprendizaje al grupo experimental y al grupo control. Y un mes después de pasar el primer postest se pasó el segundo.

En el postest I y II se presentaban tres pruebas con dos tareas cada una. Las dos primeras eran iguales a las del

pretest. La tercera prueba introducía una variante. Constaba de dos tareas:

- En la tarea «3a» se alineaban 6 fichas redondas pegadas en una cartulina. Se le pedía al niño/a que contara las fichas hacia atrás empezando en «8» (dos unidades más del total). Al acabar, se le preguntaba «¿cuántas fichas hay?».

- En la tarea «b» se realizó el mismo proceso pero con 8 fichas, y el/la niño/a empezaba a contar del «10» para atrás.

La razón de introducir la prueba 3 era verificar que los/as niños/as realmente habían adquirido el cardinal numérico (nivel VI), y no se habían quedado en el nivel V.

Las pruebas del postest, especialmente, la prueba segunda (de los golpes) y la tercera, permitían ver el grado de generalización o «transfer» del posible aprendizaje producido en la fase anterior a situaciones no directamente practicadas.

La duración de cada postest fue de unos cinco minutos para cada niño/a.

3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.

Para facilitar el análisis y la exposición de los numerosos datos, examinaremos primero lo acontecido con el grupo experimental durante las sesiones de aprendizaje y en segundo lugar, se presentarán los resultados obtenidos en los dos postest.

3.2. Análisis de las sesiones de aprendizaje.

Se ha realizado una transcripción y análisis de cada una de las sesiones de aprendizaje con cada niño/a, no se expone aquí por ser demasiado extenso. Destacar que las ayudas básicas fueron similares para cada uno de los participantes, y estas se reducían a un cuestionamiento sistemático hasta que el niño o la niña resolvía el conflicto planteado en cada una de las tareas de las distintas pruebas, y el reforzamiento verbal cuando daba y/o llegaba a la respuesta correcta. La mayoría de los participantes aprendían a resolver el conflicto durante la primera y/o la segunda sesión.

En la tabla n1 1, que se presenta a continuación, se han calculado las puntuaciones medias obtenidas por los niños y niñas del grupo experimental en las diferentes pruebas a lo largo de las sesiones de aprendizaje. Puede observarse como en la cuarta sesión, más del 75% de los niños y niñas realizan bien cada una de las cuatro pruebas. En el gráfico n1 1 se visualiza mejor esta evolución de los niños y niñas a lo largo de las cuatro sesiones de aprendizaje. En el paso de la primera a la segunda sesión y de la segunda a la tercera se produce un mayor incremento en la resolución adecuada de las diferentes pruebas. Entre la tercera y la cuarta sesión varía muy poco el incremento.

La prueba IV (de los caramelos) que se presentaba en primer lugar, es la que peor ejecutan en todas las sesiones de aprendizaje. La prueba IV y II son las que

presentaban un mayor número de elementos, el tamaño se puede observar que influía en un principio, pero en la cuarta sesión la prueba II es ejecutada correctamente por el mismo porcentaje de niños y niñas que las pruebas I y III (79,16%). Es decir, según van consolidando los participantes su aprendizaje, resuelven correctamente todas las pruebas, incluso las de mayor tamaño.

En la ejecución de las diferentes tareas de las cuatro pruebas ha influido tanto el orden de presentación de las mismas como el número de elementos que contenían. Dentro de la misma sesión se da un cierto aprendizaje de las tareas. Así la prueba IV (los caramelos) que fue la primera que se presentaba, es la que peor han ejecutado los niños y niñas. Es más, dentro de esta prueba, la tarea IVa (con

Tabla n1 1

MEDIA OBTENIDA EN CADA UNA DE LAS CUATRO PRUEBAS POR LOS NIÑOS DEL GRUPO EXPERIMENTAL DURANTE LAS SESIONES DE APRENDIZAJE.

	Sesión Primera	Sesión Segunda	Sesión Tercera	Sesión Cuarta	Media
Prueba IV	0.083	0.416	0.6249	0.75	0.468749
Prueba I	0.249	0.6249	0.75	0.7916	0.60416
Prueba III	0.5625	0.7083	0.7916	0.7916	0.7135375
Prueba II	0.22916	0.60416	0.749	0.7916	0.593749

La tabla n1 2, que se presenta a continuación, recoge las puntuaciones medias obtenidas por los niños y niñas del grupo experimental en cada una de las ocho tareas que componen las cuatro pruebas de las sesiones de aprendizaje.

Se observa como la mayoría de los niños y niñas del grupo experimental aprendieron a resolver las ocho tareas de las cuatro pruebas que se les pasaron en las dos primeras sesiones de aprendizaje. Algunos fueron más lentos en aprender y necesitaron más sesiones para consolidar su aprendizaje.

cuatro elementos) la ejecutan peor que la IVb (con seis elementos) en todas las sesiones, excepto en la última que obtienen medias similares. En el resto de las pruebas los niños y niñas realizan mejor la tarea con menor número de elementos que con más elementos.

La tarea IIIa es la que mejor ejecutan los niños (puzzle con 3 elementos). Incluso en la primera sesión, un 75% de los participantes la realizaron bien. La siguiente tarea que mejor ejecutan es la Ia (los cubos) que se realiza también con 3 elementos pero se presenta antes que la

Tabla n1 2.
MEDIA OBTENIDA EN CADA UNA DE LAS TAREAS (DOS TAREAS POR CADA PRUEBA) OBTENIDA POR LOS NIÑOS DEL GRUPO EXPERIMENTAL DURANTE LAS SESIONES DE APRENDIZAJE

	Sesión Primera	Sesión Segunda	Sesión Tercera	Sesión Cuarta	Media
T.IV.a	0	0.416	0.583	0.75	0.43749
T.IV.b	0.16	0.416	0.6	0.75	0.49
T.I.a	0.2916	0.6	0.75	0.83	0.635416
T.I.b	0.2083	0.583	0.75	0.75	0.572916
T.III.a	0.75	0.83	0.875	0.916	0.843749
T.III.b	0.375	0.583	0.7083	0.6	0.583324
T.II.a	0.25	0.6	0.7083	0.7916	0.60416
T.II.b	0.2083	0.5416	0.7916	0.7916	0.583333

del puzzle. Esto podría deberse en parte, como se ha dicho, al orden de presentación de las tareas, pero también podría estar actuando la percepción inmediata o «subitizing».

Todos los participantes realizaron avances durante las sesiones experimentales. Para la mayoría de ellos fueron suficientes las cuatro sesiones experimentales, realizando perfectamente las diferentes tareas de las cuatro pruebas.

3.2. Análisis de los resultados obtenidos en ambos postests.

En las tablas n1 3 y 4 (anexo I) aparecen los resultados del grupo control y del grupo experimental, respectivamente, en el postest I. Podría decirse que des-

pués del período de aprendizaje la mayor parte de los niños y niñas del grupo experimental han pasado al nivel VI, siendo un porcentaje alto los que han adquirido el cardinal numérico. Un 50% de los niños y niñas del grupo experimental han generalizado el aprendizaje en la prueba n1 2 del postest I, frente a un 0% del grupo control. Así mismo, en la prueba n1 3, el 75% de los participantes del grupo experimental dan una respuesta correcta frente al 8.3% del grupo control. En esta prueba los participantes tenían que contar un número de elementos mayor con respecto a los que contaban en las pruebas del período de aprendizaje, así que puede decirse que ha habido una cierta generalización del aprendizaje hacia conjuntos de tamaño superior. Esta tercera prueba confirma que los niños y niñas del grupo

experimental han pasado al nivel VI de comprensión del cardinal numérico y raramente se han quedado en el nivel V.

En las tablas números 5 y 6 aparecen los resultados de los grupos control y experimental respectivamente, en el postest II. Estos datos muestran que se han mantenido los resultados obtenidos en el postest I, siendo incluso algo mejores en el grupo experimental.

Para ver si estas diferencias entre los grupos experimental y control en cada una de las pruebas de ambos postests eran estadísticamente significativas, y se debían o no al procedimiento empírico, se realizó un ANOVA de 2 (grupo experimental vs grupo control) x 3 (pretest vs postest I vs postest II) para comprobar si las diferencias entre los grupos control y experimental en cada una de las pruebas del postest eran estadísticamente significativas. Los resultados aparecen en la tabla n1 3 que exponemos a continuación.

Se observa que en el pretest, los participantes de ambos grupos presentaron un comportamiento similar, sin embargo, el comportamiento del grupo experimental y del grupo control es significativamente diferente en ambos postests. Ello implica que las sesiones de aprendizaje han tenido un efecto positivamente significativo en el grupo experimental y este se ha mantenido, al menos un mes más tarde.

Se realizaron también tres MANOVAS de medidas repetidas con el paquete estadístico BMDP, con el fin de analizar si hay diferencias estadísticamente significativas en los niños y niñas que han pasado por la fase de aprendizaje con respecto al pretest y los postests. Para ello se comparó:

- El primer postest en relación con el pretest, con respecto a la prueba 1 y la prueba 2. Los resultados indicaron que había diferencias significativas entre el pre-

Tabla n1 3.

	F	Significación F
Pretest. Prueba 1	2.671	.109 No significativa
Pretest. Prueba 2	1.000	.323 No significativa
Postest I. Prueba 1	85.121	.000 Significativa
Postest II. Prueba 1	170.322	.000 Significativa
Postest I. Prueba 2	25.091	.000 Significativa
Postest II. Prueba 2	25.186	.000 Significativa
Postest I. Prueba 3	38.737	.000 Significativa
Postest II. Prueba 3	47.169	.000 Significativa

test y el postest I en el grupo experimental; y estas diferencias se dieron en cada una de las pruebas, lo que significa que las sesiones de aprendizaje motivaron cambios significativos en el grupo experimental.

- El segundo postest en relación con el pretest en las pruebas 1 y 2. Aquí también hubo diferencias significativas entre el pretest y el postest II en el grupo experimental, en cada una de las pruebas, lo que manifiesta que los cambios producidos por las sesiones experimentales se mantuvieron al menos un mes más tarde.

- Se contrastó el postest I y el postest II en sus tres pruebas, para ver si se había consolidado el aprendizaje. El hecho de que no hubiera diferencias significativas entre ambos postests indicó que el aprendizaje se había mantenido con el paso del tiempo.

Se realizó un análisis más profundo sobre la primera tarea de la prueba 1 (que constaba de 3 elementos) con el SPSS porque se producía en la misma una evolución diferente. En esta prueba 1 había un número muy elevado de aciertos en el pretest. Los resultados de dicho análisis indicaron que no era significativa la diferencia entre los dos grupos en el pretest, pero sí en cada uno de los postests. Esto parecía indicar que incluso en esta primera tarea de la prueba 1, el comportamiento entre los dos grupos fue diferente en los dos postests.

En definitiva en la mayoría de los participantes se ha producido un aprendizaje significativo, un cambio conceptual a nivel microgenético. Marchesi y Martín (1998) señalan que desde una concepción

constructivista del aprendizaje se entiende el aprendizaje escolar como un proceso de modificación, ampliación y enriquecimiento de los esquemas de conocimiento del alumno como consecuencia de la actividad mental que la instrucción provoca. En este caso, se ha producido ese enriquecimiento y ampliación de los esquemas de conocimiento, la mayor parte de los niños y niñas han evolucionado del nivel IV (aplicación de la regla del último numeral) hasta el nivel VI (adquisición del cardinal numérico). Los participantes han formado parte activa de este proceso, son los que han ido construyendo su propio conocimiento, resolviendo los conflictos que se les planteaba en las sesiones de aprendizaje, con la guía y ayuda del instructor.

Con respecto a los errores cometidos en la ejecución de los dos postests, destacar que la mayoría de los participantes del grupo control (79,166%) fallaron en todas las pruebas de los dos postests.

En cuanto al grupo experimental, la mayoría de los errores que cometieron en la ejecución de ambos postests se produjeron en la segunda prueba. ¿Por qué hay niños o niñas que respondían correctamente en las pruebas primera y tercera y lo hacían mal en la segunda? En primer lugar, la segunda prueba es de tipo auditivo y no visual, de modo que los niños no tenían una referencia permanente de lo que habían escuchado, es decir, en las otras pruebas los participantes tenían los objetos después de haberlos contado, en ésta no. Los niños y niñas escuchaban una única vez los golpes. Es decir, presentaba una mayor dificultad. Además durante las sesiones de aprendizaje a los participantes

del grupo experimental no se les había pasado ninguna prueba auditiva, todas tenían su referencia visual. Esta prueba exigía por tanto de los participantes del grupo experimental una cierta transferencia de su aprendizaje a otras pruebas similares pero diferentes, que exigían un esfuerzo mayor y un aprendizaje más consolidado. Hay que resaltar que incluso en estas circunstancias el 50% de los participantes en el postest I y el 52,083% en el postest II fueron capaces de transferir y generalizar su aprendizaje a otro tipo de pruebas.

Asimismo algunos niños del grupo experimental ejecutan algo peor las tareas con más elementos que con menos, debido a que la comprensión del cardinal numérico no es perfecta.

La ejecución de las pruebas del segundo postest por parte del grupo experimental es ligeramente mejor que las del primero. Por lo tanto, los niños y niñas con el paso del tiempo consolidaron lo aprendido.

Finalmente, seis niños/as no alcanzaron el nivel VI y cuatro niños /as no transfirieron lo aprendido a las dos tareas de la prueba auditiva en la ejecución de ambos postests. Todos los niños mostraron cierto avance en su aprendizaje, pero progresaron en grados diferentes, no han tenido la misma evolución en su aprendizaje.

4. CONCLUSIONES

Todos los análisis realizados nos permiten aseverar que efectivamente se

ha dado un proceso de aprendizaje en el grupo experimental en la adquisición del cardinal numérico que no se ha producido en el grupo control. Este aprendizaje parece consolidarse con el paso del tiempo, los niños del grupo experimental no han perdido lo aprendido, de hecho, ejecutan ligeramente mejor el postest II que el postest I a pesar de pasarse un mes más tarde.

Con respecto a las sesiones de aprendizaje se resaltan las siguientes conclusiones:

a. La mayoría de los niños y niñas del grupo experimental aprendieron a resolver las ocho tareas de las cuatro pruebas que se les pasaron en las dos primeras sesiones de aprendizaje. Algunos niños y niñas fueron más lentos en aprender y necesitaron más sesiones para consolidar su aprendizaje. Como se refleja en la tabla n1 2, el paso de la primera a la segunda sesión y de la segunda a la tercera es el momento en que se produce un mayor incremento en la resolución adecuada de las diferentes pruebas. Entre la tercera y cuarta sesión varía muy poco el incremento. Además, como se observa en la tabla n1 1, en la cuarta sesión, más del 75% realizan bien cada una de las cuatro pruebas.

b. En la ejecución de las diferentes tareas de las cuatro pruebas ha influido tanto el orden de presentación de las mismas como el número de elementos que contenían. Dentro de la misma sesión de aprendizaje se da un cierto avance. Así la prueba IV (los caramelos), que fue la primera que se presentaba, es la que peor han ejecutado los niños y niñas. Es más

dentro de esta prueba, la tarea IV a (con cuatro elementos) la ejecutan peor que la IV b (con seis elementos) en todas las sesiones, excepto en la última que se obtienen medias similares. En el resto de las pruebas los niños y niñas realizan mejor la tarea con menor número de elementos que con más elementos.

La tarea que realizaron mejor los niños y niñas es la IIIa (con tres elementos, prueba del puzzle) que se presentaba en tercer lugar. Incluso en la primera sesión un 75% de los participantes la realiza bien. La siguiente tarea que mejor ejecutan es la Ia (los cubos, 3 elementos) que se presentaba en segundo lugar. Esto podría deberse en parte, como se ha dicho, al orden de presentación de las tareas, pero también podría estar actuando la percepción inmediata o Asubitizing@.

c. Todos los participantes realizaron avances durante las sesiones experimentales. Para la mayoría de ellos fueron suficientes las cuatro sesiones experimentales, realizando perfectamente las diferentes tareas de las cuatro pruebas. Estos resultados se mantienen y generalizan a otras tareas tal como muestran los postests, para la mayoría de los niños. El papel de la experimentadora fue importante como mediadora para que los niños y niñas tomaran conciencia de los conflictos cognitivos que se planteaban. La experimentadora conocía detalladamente los conocimientos previos de los participantes (partían del nivel IV: regla del último numeral) y también conocía el paso siguiente que tenían que dar los niños para comprender el cardinal numérico.

De este modo resultaba menos complejo orientar y ayudar a los niños en su cambio conceptual microgenético.

Con respecto a los errores cometidos por el grupo experimental en la ejecución de los dos postests, resaltar que se producen la mayoría en la segunda prueba de modalidad auditiva. Esta prueba tenía una mayor dificultad que el resto ya que en ninguna de las pruebas de las sesiones experimentales se utilizó una prueba de esta modalidad. Por lo tanto, aunque algunos niños y niñas daban una respuesta correcta de cardinal numérico en las pruebas visuales; eran incapaces de transferir por el momento este aprendizaje a otras situaciones, como son las tareas auditivas. Necesitarían consolidar mejor lo aprendido para que se produzca esa transferencia, ya que en las tareas auditivas el conflicto cognitivo no es tan evidente como en las tareas visuales. Efectivamente, los estímulos visuales permanecen delante de los niños, siendo más fácil contrastar lo que dicen con lo que ven, mientras que no ocurre lo mismo con los estímulos auditivos. Asimismo se ejecutan algo peor las tareas con más elementos que con menos, debido a que la comprensión del cardinal numérico no es perfecta.

Todos los participantes del grupo experimental realizaron avances durante la fase de aprendizaje. Para la mayoría de ellos fueron suficientes las cuatro sesiones experimentales, realizando perfectamente las diferentes tareas de las cuatro pruebas. En la ejecución de las mismas influyó el orden de presentación y el número de elementos que contenían.

En definitiva, la mayoría de los niños del grupo experimental alcanzó el nivel VI de comprensión del cardinal numérico a pesar del escaso tiempo dedicado en las sesiones de aprendizaje. El niño necesita meses para pasar del nivel IV al nivel VI en situaciones educativas normales o habituales; mientras que en la investigación ha sido suficiente una media hora aproximadamente para que se produzca este cambio conceptual. Coincidimos con Carretero y Limón (1997) cuando indican que el tiempo quizás no es un problema muy importante en el caso de la investigación psicológica, pero sí lo es cuando se trata de la actividad cotidiana en el aula. Este estudio puede servir de ayuda a los profesores para replantearse el currículum cuando quieren que sus alumnos y alumnas adquieran el cardinal numérico. Para que conozcan con mayor profundidad el nivel de conocimientos previos de los que parten sus alumnos/as y el nivel de comprensión en el que están, para así poder, con una didáctica adecuada, plantear las tareas más adecuadas para que se produzca un aprendizaje lo más significativo posible.

Las pruebas utilizadas durante las sesiones de aprendizaje son muy sencillas y los/as maestros/as las pueden adaptar perfectamente en sus programaciones. También son muy sencillas las pruebas pasadas en el pretest y los postests, para que los maestros y maestras puedan comprobar si sus alumnos/as tienen adquirida o no la verdadera respuesta de cardinal numérico. Pueden ser en general las mismas pruebas o con pequeñas adaptaciones.

BIBLIOGRAFÍA

- Bermejo, V. (1996). Cardinality Development and Counting. *Developmental Psychology*, 32 (2), 263-268.
- Bermejo, V. y Lago, M. O. (1990). Developmental processes and stages in the acquisition of cardinality. *International Journal of Behavioral Development*, 13 (2), 231-250.
- Bermejo, V. y Lago, M. O. (1991). *Aprendiendo a contar. Su relevancia en la comprensión y fundamentación de los primeros conceptos matemáticos*. Madrid, C.I.D.E.: Centro de Publicaciones del M.E.C..
- Bermejo, V. y Lago, M. O. (1994). The use of counting in numerical reasoning. En J. E. H. Van Luit (ed.), *Research on learning and instruction of mathematics in kindergarten and primary school* (pp. 202-219). Doentinchem/Rapallo: Graviant.
- Bermejo, V., Lago, M. O. y Rodríguez, P. (1998). Aprendizaje de la adición y de la sustracción. Secuenciación de los problemas verbales según su dificultad. *Revista de Psicología General y Aplicada*, 51 (3-4), 533-552.
- Bermejo, V., Lago, M. O., Rodríguez, P. y Pérez, M. (2000). Fracaso escolar en matemáticas: cómo intervenir para mejorar los rendimientos infantiles. *Revista de Psicología General y Aplicada* 53 (1), 43-62.
- Carretero, M. y Limón, M. (1997). Problemas actuales del constructivismo. De la teoría a la práctica. En M. J. Rodrigo y J. Arnay (comps.), *La construcción del conocimiento escolar* (pp. 137-153). Barcelona: Paidós.

- Cobb, P. (1988). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*, 4, 23, 87-103.
- Frye, D., Braisby, N., Lowe, J., Maroudas, C. y Nichols, J. (1989). Young children's understanding of counting and cardinality. *Child Development*, 60, 1158-1171.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Springer-Verlag.
- Fuson, K. (1992). Relationships Between Counting and Cardinality From Age 2 to Age 8. En J. Bideaud; C. Meljac y J. P. Fischer (eds.), *Pathways to Number. Children's Developing Numerical Abilities* Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Gelman, R. y Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*, Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- Marchesi, A. y Martín, E. (1998). *Calidad de la enseñanza en tiempos de cambio*. Madrid: Alianza Editorial, S.A..
- Novak, J. D. (1998). *Learning, Creating and Using Knowledge. Concept Maps as Facilitative Tools in Schools and Corporations*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. Trad. Cast. (1998).
- Conocimiento y Aprendizaje: Los mapas conceptuales como herramientas facilitadoras para escuelas y empresas*. Madrid: Alianza Editorial, S. A.
- Pozo, J. I. (1997). El cambio sobre el cambio: hacia una nueva concepción del cambio conceptual en la construcción del conocimiento científico. En M. J. Rodrigo y J. Arnay (comps.), *La construcción del conocimiento escolar* (pp. 155-176). Barcelona: Paidós.
- Pozo, J. I. y Scheuer, N. (1999). Las concepciones sobre el aprendizaje como teorías implícitas. En J. I. Pozo y C. Monereo (coords.), *El aprendizaje estratégico. Enseñar a aprender desde el currículo* (pp. 87-108). Madrid: Aula XXI. Santillana.
- Sophian, C. (1992). Learning About Numbers: Lessons for Mathematics Education From Preschool Number Development. En J. Bideaud; C. Meljac y J. P. Fischer (eds.), *Pathways to Number. Children's Developing Numerical Abilities* (pp. 19-40). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Von Glasersfeld, E. (1996). Introduction: Aspects of constructivism. En C. Fosnot (ed.), *Constructivism: Theory, perspectives and practice* (pp. 3-7). NY: Teachers College Press.