

# La historia cognitiva de la deducción: la teoría de Reviel Netz y la noción de instrumento psicológico de Vygotsky

*Fernando Gabucio*  
Universidad de Barcelona

---

## Resumen

Reviel Netz ha elaborado una historia cognitiva para dar cuenta de cómo se formó la deducción en las matemáticas griegas. La tesis principal de su libro es que la deducción emergió de las prácticas de los primeros matemáticos griegos. Y que aquellas prácticas se construyeron mediante el uso de dos herramientas cognitivas fundamentales: el diagrama letrado y un tipo muy específico de lenguaje. En esas mismas prácticas se formaron también los principios de necesidad y de generalidad indispensables para la emergencia de los procesos deductivos. Netz propone que la historia cognitiva es necesaria para dar cuenta de aquello que, según Fodor, no puede hacer la ciencia cognitiva: dar cuenta de los procesos centrales. El argumento es que si los procesos centrales escapan al alcance científico del estudio de la cognición, entonces lo que habrá que hacer es investigar cómo el razonamiento se realiza en circunstancias históricas concretas. Sin embargo, lo que en este trabajo se propone es que lo que Netz ofrece como un ejemplo de historia cognitiva es un espléndido ejemplo de algunas de la tesis de Vygotsky. El uso de algunas herramientas simbólicas externaliza, explicita y permite someter a control algunos procesos de pensamiento, los deductivos. Ese uso de herramientas psicológicas, que Vygotsky propuso como un mecanismo fundamental para la transición de procesos psicológicos elementales a procesos psicológicos superiores, se ejemplifica de manera particularmente nítida en la historia de la deducción que Netz reconstruye.

*Palabras clave:* Herramientas psicológicas, Deducción, Historia cognitiva, Pensamiento.

---

## Abstract

Reviel Netz has proposed a cognitive history to explain how deduction was shaped in Greek mathematics. The point of his book is that deduction emerged from practices of those first mathematicians. That practices were built using two essential cognitive tools: the lettered diagram and a very specific kind of language. The deductive principles of necessity and gene-

rality associated with deduction were too built in those practices. Netz suggest that cognitive history is necessary to explain what Fodor says is out of scope for cognitive science: central processes. He argues that if central processes are out of scope of scientific research on cognition, then what must be done is to study reasoning in some concrete historical circumstances. Here, nevertheless, we suggest that what Netz offers as an example of cognitive history is all about a beautiful example of some ideas from Vygotsky. Using some symbolic tools externalizes, make explicit and permits control about deductive processes of thinking. Using psychological tools was the basic mechanism that Vygotsky defended to explain the development from basic to more advanced psychological processes. The history of deduction that Netz proposes is, we suggest, a very fitting and clear example of that theory.

*Keywords:* Psychological tools, Deduction, Cognitive History, Thinking

## 1. PRELIMINAR

Decía Leontiev en el prólogo de la primera obra de Vygotsky que «es preciso leer históricamente la *Psicología del arte* en sus dos vertientes, como psicología del *arte* y como *psicología* del arte» (1970, p. 8). Ese juego tipográfico-conceptual me inspira otro. No es lo mismo la *Historia* de la Psicología que la Historia de la *Psicología*. Como es sabido, la letra cursiva puede hacer diversas funciones textuales. Una de ellas es una especie de intento de trasladar al plano escrito una cierta entonación de origen oral. De la misma manera que algunas veces, cuando hablamos, dibujamos unas comillas en el aire, otras, cuando escribimos, tratamos de dar un tono y un significado oral a lo escrito. La cursiva es entonces un «avisador» que se coloca en una palabra cuya intención debe ser desvelada en la interpretación. ¿De qué avisa la distinción entre *Historia* de la Psicología e Historia de la *Psicología*? Voy a tomar aquí la tipografía convencional como significando aquello que se da por claro, o por bien entendido, o por no necesitado de mayor especificación o aclaración. Y voy a tomar la cursiva (o *bastardilla*, que se decía antes) como todo lo contrario, como una indicación del carácter dudoso, equívoco o incierto de aquello que se designa con ese pequeño ladeamiento tipográfico. Visto así, está claro que en la *Historia* de la Psicología uno de los dos conceptos en juego, el de Psicología, se queda con la solidez y la buena definición que tiene lo vertical, y que el otro, el de *Historia*, dice de sí mismo que su derecho a existir puede ser cuestionado, o que recae sobre él alguna sospecha. Naturalmente, y con las mismas reglas en la mano, en el caso de la Historia de la *Psicología*, la relación de precedencia se invierte. El concepto de Historia pasaría a adquirir firmeza, y es el de *Psicología* el que debe ser vigilado.

Esta distinción introduce entonces una cierta tensión entre unos componentes conceptuales que de otro modo pueden parecer perfectamente bien avenidos; de

pronto parece que puede estallar una pequeña batalla de protagonismo. Este recurso, que es de lo que se trata, me va a permitir identificar y formular dos tesis con extrema concisión. Primera tesis: la disciplina que se ocupa de la reconstrucción del pasado de la psicología, lo que conocemos normalmente como Historia de la Psicología es siempre una *Historia* de la Psicología. Segunda tesis: sencillamente, que la Historia de la *Psicología* no existe.

Ambas tesis se sostienen mutuamente, pero en una relación de total desequilibrio. La primera no es un problema siempre que la segunda sea correcta. La primera es más bien tácita y está sumamente extendida. Tanto, que la segunda muy a menudo ni siquiera necesita enunciarse. Es, por así decir, prácticamente ingravida, innecesaria. De alguna manera, la primera tesis ya comprende a la segunda. O ambas se pueden componer en una única tesis: Dado que la Historia de la *Psicología* no existe, es completamente natural que la Historia de la Psicología sea siempre una *Historia* de la Psicología.

Desarrollar la justificación y la crítica de ambas tesis exigiría ahora un largo desarrollo que está mucho más allá del alcance de este trabajo. Habrá que conformarse con un primer hilván. La puntada fundamental la proporciona una cita de J. P. Vernant (1965/2006, p. 11):

La perspectiva histórica, la introducción en el estudio del hombre interior de la dimensión temporal, constituye (...) una innovación radical; marca un giro, una ruptura, no sólo con el pasado de la disciplina (–psicológica–), sino también con la orientación general de la mayoría de los psicólogos contemporáneos. La psicología del comportamiento (conductismo), la psicología de la forma (Gestalt) y el psicoanálisis (–y la psicología cognitiva, añadido–) comparten al menos el hecho de permanecer, bajo formas diversas, fieles a la concepción tradicional de una naturaleza humana inmutable. Tanto por los métodos que utilizan, basados en la observación o la experimentación directas, como por las condiciones mismas que imponen a la investigación psicológica, limitando su objeto al hombre contemporáneo, la inmensa mayoría de los psicólogos descarta *a priori*, sin ser plenamente conscientes de ello, toda referencia a una posible historia de las funciones psicológicas.

En mi opinión, esta observación da cuenta a la vez de la solidez aplastante de la primera tesis, del desequilibrio entre la primera y la segunda tesis, y de la ingravidez de la segunda. La suposición de que la *naturaleza humana* (ahora lo escribo en cursiva, lo pongo bajo sospecha) es inmutable la remonta Vernant, entre los historiadores, a Tucídides. Y la extiende de manera muy amplia, como se ve, a los psicólogos. Pero no sólo a los psicólogos contemporáneos. La afirmación es también que la «perspectiva histórica» de la que está hablando falta también en «el pasado de la disciplina» psicológica. Esta idea es precisamente la que trata de recoger la primera tesis: que la Historia de la Psicología es siempre una *Historia* de la Psicología. La consecuencia, por decirlo

de otro modo, es que el interés en el pasado del conocimiento psicológico, la Historia de la Psicología, no lleva aparejado, ni tiene porqué, el interés por los cambios en la *naturaleza humana*. Roger Smith da cuenta del porqué en dos líneas –otra puntada de hilván–: «¿Qué es la naturaleza humana? –se pregunta–. Los términos de la pregunta casi presuponen, en una cultura científica angloparlante, una respuesta en términos de biología» –se responde (2007, p. 1).

Bajo el peso de esa primera tesis tácita, la Historia de la Psicología se concibe como Historia de la Ciencia, y la Historia de la Ciencia no supone que los objetos de los que se ocupa la ciencia que se historia cambien a lo largo del tiempo. Lo que cambia es el modo de estudiarlos y el conocimiento que en ese estudio se genera. De ahí el acento en la expresión *Historia* de la Psicología. En cambio, y curiosamente, son muchas las ciencias que sí constatan cambios en la naturaleza de lo que estudian (cambios físicos, climáticos, geológicos, biológicos, etc., –pero no, al parecer, psicológicos):

En muchas áreas de la ciencia, las teorías de los orígenes están en el centro de las cuestiones. Los orígenes del sistema solar, de la tierra, de sus continentes, montañas y formas de vida, y de las mismas razas humanas son asuntos centrales en una variedad de disciplinas, desde la astronomía a la zoología. Pero la pregunta sobre los orígenes cognitivos humanos no ha estado en la primera línea de la ciencia cognitiva. De hecho, la ciencia cognitiva ha construido su edificio principalmente mediante el estudio de dos tipos de mente recientes y muy especializadas: adultos angloparlantes alfabetizados, y ordenadores (Donald, 1991, p. 1),

–tercera y firme puntada ya que, al hablarse de ciencia cognitiva, se está ampliando el panorama desde la psicología a una federación de disciplinas.

Las tres puntadas anteriores parecen suficientes para sostener –aunque sea hilvanada– la primera tesis: la Historia de la Psicología es siempre una *Historia* de la Psicología. Pero, ¿qué pasa con la segunda tesis? Si la segunda tesis –que la Historia de la *Psicología* no existe– fuese correcta, entonces la primera tesis no representaría en realidad ningún problema, ya se ha dicho. El juego de las cursivas no vendría a cuento, y podríamos olvidarnos de la distinción que se ha introducido. En cambio, si hay razones para pensar que puede tener sentido hablar de Historia de la *Psicología*, entonces algunas cosas cambian radicalmente. Por ejemplo, la Historia de la Psicología multiplica extraordinariamente su alcance y su horizonte –al quedarse, por así decir, con los dos significados que apuntan las dos versiones tipográficas: continúa siendo *Historia* de la Psicología, y pasa a ser también Historia de la *Psicología*. Como consecuencia, multiplica también de manera extraordinaria su papel en la Psicología.

Pero, ¿y si en vez de dar simplemente como cierto que la Historia de la *Psicología* no existe, intentamos proceder en el sentido contrario, y tratamos de defender que sí existe?

Pues lo que ocurre es que esta segunda opción plantea enseguida importantes problemas. Uno es éste: dado que la Historia de la Psicología es siempre *Historia* de la Psicología, no vamos a poder encontrar en el estudio del pasado de la Psicología evidencias de Historia de la *Psicología*. Es una especie de contrasentido. Creo que la razón es fácil de entender. La Historia de la Psicología nace al servicio de la Psicología, como una autoexplicación de la emergencia de la psicología experimental, y como un intento de consagración científica de la nueva disciplina, que necesita, como todas, un pasado. Ese pasado es psicológico (filosofías, teorías e ideas psicológicas), naturalmente. Eso nos lleva de nuevo al punto de partida: la Historia de la Psicología ya nació siendo *Historia* de la Psicología.

Ahora bien, si Vernant tiene razón y «la introducción en el estudio del hombre interior de la dimensión temporal, constituye (...) una innovación radical», y eso presupone que de algún modo dicha innovación está ya produciéndose, entonces eso viene a significar que la segunda tesis, que la Historia de la *Psicología* no existe, es incorrecta. Es posible. Quizás habría que reformularla: la Historia de la *Psicología* apenas existe. Pero la cuestión es dónde existe. Mi sugerencia es que podemos encontrar fragmentos de tal historia distribuidos por una variedad de disciplinas: en la antropología, en la paleoantropología, en la lingüística histórica y el estudio de los orígenes del lenguaje, en la filología, en la historia –de la ciencia antigua, de las mentalidades, del arte, de la cultura, de prácticas culturales como la escritura y la lectura, de la tecnología–, en la sociología, en los estudios literarios, en la filosofía, y hasta en la propia psicología. Ahora bien, nada de eso pertenece a la *Historia* de la Psicología ni, por tanto, a la Historia de la Psicología. Lo que tienen en común diversas investigaciones de esos ámbitos es que constituyen fragmentos, o atisbos, si se prefiere, de Historia de la *Psicología*.

Lo que a continuación se presenta es un trabajo que intenta establecer un puente de continuidad teórica entre ciertos hallazgos, psicológicamente orientados, en el ámbito de la historia de las matemáticas antiguas, y el marco de la teoría psicológica viva que me parece que mejor puede acoplarse a esos hallazgos –y a la idea de la historicidad de las funciones psicológicas: la perspectiva teórica de Vygotsky. Es, por tanto, un intento de ahondar en uno de esos fragmentos sueltos de Historia de la *Psicología*.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Me parece oportuno comenzar este trabajo con una anécdota referida a una pequeña discusión en la que habría participado el físico Richard Feynman. Su interlocutor habría señalado de manera casual que las notas de investigación escritas por Feynman representaban «un registro del trabajo día a día». El propio Feynman habría reaccionado ásperamente a ese comentario: «de hecho hice el trabajo en el papel».

«Bueno –condescendió su interlocutor–, el trabajo se hizo en su cabeza, pero el registro del trabajo es lo que está aún aquí, en esas notas». «No –habría replicado de nuevo Feynman–, esto no es un registro, no realmente, esto es el trabajo. Tienes que trabajar en papel, y éste es el papel. ¿De acuerdo?».

La mayoría de la gente, y buena parte de la investigación y la teoría psicológica, sigue considerando que, efectivamente, como decía el interlocutor de Feynman, el trabajo de pensar se hace en la cabeza y luego, cuando es oportuno, se transcribe. Y, sin embargo, algunos psicólogos han defendido teorías congruentes con la idea de que muy probablemente quien tenía razón en esa pequeña disputa era Feynman, y no su interlocutor. Donald (1991), por ejemplo, ha defendido la hipótesis según la cual la mente humana moderna se ha constituido, desde la mente primate, pasando por tres estadios sucesivos. Partiendo desde lo que llama una consciencia *episódica*, una primera transición habría llevado en algún punto del proceso de hominización a una forma nueva de consciencia, la que él llama *mimética*. Una segunda transición habría hecho aparecer la primera forma de consciencia propiamente humana, la consciencia *mítica*, asociada ya al lenguaje. Pero ésa no representaría aún la forma actual o moderna de nuestra consciencia. La tercera transición, dentro ya de lo que conocemos como *homo sapiens sapiens* habría hecho aparecer una cultura y una forma de consciencia *teórica*. No es éste el lugar adecuado para reconstruir los complejos cambios de índole biológica, cognitiva y cultural que Donald teoriza para ese proceso evolutivo –ni siquiera para describir las características principales de esas sucesivas formas de consciencia. Pero sí es oportuno señalar que la tercera transición, que se produce ya en una escala histórica y no biológica, implica unos cambios que tienen que ver con la arquitectura cognitiva en el sentido fuerte de la expresión, y no únicamente, que es lo que sí suele aceptarse con facilidad, con los *contenidos* de la consciencia. La de Donald es una teoría de la evolución articulada de la cognición y la cultura, que entiende que el desarrollo de la consciencia moderna implica, en su último tramo, y al igual que en los tramos anteriores, novedades en el *hardware* cognitivo y no sólo en el *software*. Las novedades fundamentales que Donald propone como fundamento que hace posible esa última transición, que habría ido desembocando en lo que ahora entendemos como pensamiento teórico, habrían sido lo que llama *invención visuográfica* y lo que llama *memorias externas*. A partir de la evidencia arqueológica, hay que entender que el desarrollo y uso de dispositivos de representación simbólica de carácter visual (pintura, sistemas numéricos, sistemas de escritura) ha implicado cambios que se han desarrollado a lo largo de miles de años. Esos mismos dispositivos de representación gráfica de distinta índole, o mejor dicho, todos sus productos, se habrían convertido en los complejos sistemas de memoria externa entre los que los seres humanos hemos llegado a movernos como si del *mundo natural* se tratase (Olson, 1994/1998).

El objetivo de este trabajo no es ni el de resumir y explicar, ni tampoco el de discutir, la teoría de Donald (Martí, 2003), pero sí tiene que ver de manera significativa, como procuraré mostrar, tanto con la propuesta teórica de Donald, como con la anécdota inicial acerca de Feynman.

Reviel Netz, un clasicista e historiador de las matemáticas, publica en 1999 un libro dedicado a «La formación de la deducción en las matemáticas griegas». Un título así fácilmente hace pensar en una obra perfectamente especializada en un área específica de historia de la ciencia y, al menos en principio, de no directa relevancia para la teoría psicológica. El subtítulo del libro lanza sin embargo un anzuelo mucho más atractivo para un psicólogo, y también para un historiador de la psicología: «un estudio de historia cognitiva». Pero, ¿qué entiende Netz por *historia cognitiva*? La declaración de intenciones del autor en la introducción del libro parece proporcionar algunas razones por las que la obra pudiera tener un genuino interés psicológico.

Este libro –declara Netz– puede ser leído en tres niveles: primero, como una descripción de las prácticas de los matemáticos griegos; segundo, como una teoría de la emergencia del método deductivo; tercero, como un estudio de caso acorde con una visión general de la historia de la ciencia (*op. cit.*, p. 1).

Con respecto al tercer nivel, no vamos aquí a decir nada, salvo que Latour (en prensa) en una reseña apasionada y absolutamente encomiástica considera que se trata «sin discusión, del libro más importante de estudios de ciencia aparecido desde el “Leviatán and the Air-Pump” de Shapin y Schaffer» (*op. cit.*, p. 1).<sup>1</sup> El segundo nivel, «la teoría de la emergencia del método deductivo», es el que nos interesa. Sin embargo, la expresión, aquí, de «método deductivo» no es inequívoca, y puede fácilmente llevar a pensar más en requisitos y regulaciones del pensamiento científico que a pensar en lo que viene entendiéndose como psicología de la deducción –llevando de esa manera el asunto a un terreno más epistemológico que psicológico. No obstante, unida a ese anuncio de «historia cognitiva» podría estar apuntando en realidad en esa segunda dirección. La descripción de las prácticas de los matemáticos griegos sirve, explica Netz, para construir esa teoría de la emergencia de un método deductivo, así que el nivel descriptivo y el teórico van estrechamente relacionados. En cualquier caso, avanzando un poco más en el libro empezamos a encontrar clarificaciones y respuestas a estos interrogantes iniciales.

Netz traza las coordenadas de su trabajo tomando como referencias teóricas dos obras bien conocidas con respecto a las cuales define sus intenciones. En primer lugar, aunque es lo que menos nos va a interesar aquí, con respecto a «La estructura de las

1. Agradezco a Jaume Sastre el haberme facilitado la reseña de Latour, así como las conversaciones mantenidas acerca del trabajo de Netz.

revoluciones científicas» de T. S. Kuhn. Netz juzga la noción de paradigma y el análisis kuhniano de la ciencia en conjunto como erróneamente enfrascado en el nivel de las *creencias*, de los supuestos metafísicos a los que se adhieren los científicos, cruciales en las revoluciones científicas. El problema sería que esa perspectiva viene a resultar «demasiado proposicional», y descuida un nivel de análisis que en su propio trabajo va a proponerse como esencial, el estudio de las *prácticas* de los científicos, mucho más duraderas y estables históricamente, y mucho más fundamentales por cuanto puede haber prácticas que resultan invisibles a sus propios practicantes, y porque «no es posible una creencia sin una práctica que lleve a la creencia y la envuelva» (*op. cit.*, p. 2).

El segundo mojón teórico –y el que aquí más vamos a destacar– con respecto al cual sitúa Netz su propio trabajo es la noción de Fodor de una mente modular (Fodor, 1983/1986). Aquí el argumento es directo y contundente. La distinción de Fodor entre procesos mentales modulares y procesos centrales acaba desembocando en la conocida «primera ley de la inexistencia de la ciencia cognitiva: cuanto más global es un proceso cognitivo, menos lo entendemos» (Fodor, *op. cit.*). Y los procesos centrales son, por definición, globales. El corolario directo, para Netz, de esta aproximación es que, dado que se defiende que no es viable el estudio de esos procesos centrales con las mismas herramientas con las que se investigan los procesos modulares –automáticos, encapsulados, biológicamente constreñidos–, entonces esto viene a significar que «en lugar de una ciencia cognitiva de tales aspectos de la mente, lo que deberíamos tener es una *historia cognitiva*» (*op. cit.*, p. 6). Si no hay reglas universales para la fijación de creencias o para el razonamiento, entonces deberemos estudiar cuáles son las reglas con existencia histórica que, en contextos concretos, han hecho posible y efectiva, por ejemplo, alguna forma de razonamiento si ésta ha sido sistemática. Ese es precisamente el estudio que Netz ofrece para el caso de «la formación de la deducción en las matemáticas griegas».

Con estas referencias, tenemos ya mejor definido el sentido de lo que una «historia cognitiva» parece proponerse. Y se tiene, creemos, plenamente confirmado el genuino interés psicológico de tal empresa. «La historia cognitiva se sitúa en la intersección de la historia de la ciencia y las ciencias cognitivas» (*op. cit.*, p. 7). Se ocupa de artefactos culturales, como hace la historia de la ciencia, pero se aproxima al conocimiento interesándose más por sus formas y prácticas que por sus contenidos *proposicionales*, como, dice Netz, hacen las ciencias cognitivas. La historia cognitiva no es ciencia cognitiva, pero no es tampoco historia de las ideas. De lo anterior se desprende claramente la no alineación voluntaria de Netz en el equipo de las ciencias cognitivas, pero también, y con la misma claridad, cierta equidistancia. En cualquier caso, parece oportuno recoger su pronunciamiento más directo: «No soy un científico cognitivo y este estudio no es una ‘aplicación’ de alguna teoría cognitiva» (*op. cit.*, p. 6).

Ahora sí estamos ya en condiciones de enunciar los propósitos del presente trabajo. En primer lugar, llamar la atención acerca de la efectiva pertinencia psicológica del trabajo de Netz. Defenderemos, más allá de como él mismo lo plantea, que su investigación constituye una aportación extraordinariamente significativa a la psicología de la deducción –sin que por ello deje de ser un trabajo de historia de la ciencia. Creemos que en definitiva el trabajo de Netz es una invitación sumamente persuasiva y bien elaborada a la consideración de las condiciones semióticas y sociocognitivas de la emergencia de formas de pensamiento. En ese sentido, todo lo que aquí se trata de hacer es reconocer que, desde la orilla psicológica, nos hacemos eco y somos capaces de apreciar el interés psicológico y, más específicamente cognitivo, de la teoría de Netz. La historia cognitiva no puede no concernir a los psicólogos. Y sin embargo, hasta donde sabemos, no ha habido aún ningún eco, ni respuesta, ni acuse de recibo por parte de la comunidad psicológica de la obra objeto de análisis –y eso, sin duda, resulta muy sintomático.

El segundo objetivo de este trabajo está estrechamente conectado con el primero. Tal como Netz plantea el asunto, podría parecer que esa empresa que es la «historia cognitiva» no es más que una pequeña y singular embarcación que navega sola, y quizá por primera vez, en el inmenso océano de las teorías científicas, cerca quizá del enorme mar interior de la ciencia cognitiva. Creemos que no es así. Cuando Netz elige a Fodor como único interlocutor del lado psicológico para venir a señalar que su propio trabajo empieza donde Fodor dice que acaban las posibilidades serias de la investigación psicológica, está eligiendo al interlocutor con el que mejor se contrasta, no a aquél del cual está más cerca. Aquí trataremos de señalar que el interlocutor psicológico *natural* de Netz debería ser, por decir un solo nombre propio, Lev Vygotsky. El marco de la psicología histórico-cultural, más que el de la ciencia cognitiva, es el espacio teórico *apropiado* para la recepción psicológica de las tesis de Netz. Eso es lo que trataremos de defender. La razón es muy sencilla: el estudio de Netz ejemplifica de manera extraordinaria algunas de las viejas ideas socioculturales de raíz vygotskyana. No creemos que eso le reste ni mérito ni originalidad en absoluto. Al contrario, también podríamos decir que el trabajo de Netz proporciona una concreción y una consistencia histórica a algunas de esas intuiciones vygotskyanas que quizá nunca antes han tenido de la misma manera. La tesis es entonces ésta: el estudio de Netz no es una *aplicación* de ninguna teoría cognitiva, pero entonces es una reinención independiente de algunas de las ideas nucleares de Vygotsky (a quien no se cita en el libro). Si es así, es posible que haya una genealogía teórica que lo explique, pero aquí no vamos a adentrarnos en ese asunto. Lo único que nos proponemos es mostrar la proximidad teórica.

### 3. LA PRÁCTICA COGNITIVA DE LA DEDUCCIÓN

Como muy bien señala Latour (*op. cit.*), cada rincón del análisis que hace Netz de las prácticas matemáticas griegas, o de las geométricas más específicamente (Lehoux, 2000), contiene valiosas y sugerentes ideas. Aquí, como es natural, debemos limitarnos a presentar algunas de las observaciones e interpretaciones con la intención, simplemente, de reconstruir una parte del esquema explicativo que Netz propone. Hacer eso, con un libro que tiene como una de sus mayores virtudes el análisis minucioso y extremadamente detallado de lo que estudia, resulta muy poco satisfactorio. Pero el objetivo que aquí se persigue, creemos, lo justifica. No queda otro remedio que «saquear» el texto. Sin embargo, sí parece oportuno comenzar con la intención general de Netz expresada con sus propios términos (a partir de la contraposición con Fodor):

Está claro por qué la historia cognitiva es posible. Mientras que no hay reglas generales, universales, concernientes al razonamiento, tales reglas existen *históricamente*, en contextos específicos. El razonamiento, en general, puede hacerse de una manera abierta, recurriendo a cualesquiera herramientas que se sugieran a sí mismas –lingüísticas, visuales, por ejemplo– y utilizando esas herramientas en cualquier orden, yendo libremente de una a otra. En las matemáticas griegas, sin embargo, el razonamiento se hace de una manera muy determinada. Hay un método en su uso de los recursos cognitivos. Y así debe ser –si no hubiera sido selectivo, simplificado, intencionalmente ciego a algunas posibilidades, habría sido inmanejable. La ciencia se ha ido haciendo posible mediante la evolución de métodos cognitivos específicos. Los métodos cognitivos específicos son maneras específicas de «hacer la cosa cognitiva» –de usar, por ejemplo, información visual o el lenguaje. Para ilustrarlo: en este libro argumentaré que las dos principales herramientas para la formación de la deducción fueron el diagrama, por una parte, y el lenguaje matemático por la otra. Los diagramas –en la forma específica en que son usados en las matemáticas griegas– son el modo matemático griego de explotar los recursos cognitivo-visuales humanos. El lenguaje matemático griego es una manera de explotar los recursos cognitivo-lingüísticos humanos. Estas herramientas van a ser entonces combinadas de maneras específicas. Las herramientas, y sus modos de combinación, constituyen el método cognitivo. (*op. cit.*, p. 6).

El libro de Netz no deja de ser, gracias a su precisión histórica y analítica, y no desde luego a pesar de ella, un intento de transportarnos al siglo V a.n.e. y de ponernos en presencia de los primeros matemáticos. Netz trata de situarnos lo más cerca posible del ejercicio directo y regular de su actividad como matemáticos, es decir, de sus prácticas. Pero, a la vez, trata de mostrárnoslos como pensadores a los que es posible seguir, casi como si se transparentase, el hilo de sus pensamientos a la vez que ellos mismos

están alumbrando un nuevo *método de pensamiento*. Asistimos así a una triple función en el mismo escenario: la de *presenciar* como se piensa *en voz alta* hace 2.500 años, la de *ver* cómo se construyen enunciados matemáticos *en directo*, y la de entender cómo se forma un método deductivo de pensamiento (esta última no es, evidentemente, un asunto baladí –Lloyd, 2002). Trataremos, en lo que sigue, y de acuerdo con nuestra intención de resaltar el plano cognitivo, de resumir lo que parece psicológicamente esencial a esa triple función (en el apéndice se recoge, a título de muestra, una de las proposiciones de Euclides).<sup>2</sup>

La tesis fundamental ya ha sido formulada: las dos *herramientas* fundamentales a partir de las cuales va a hacerse posible un pensamiento deductivo sistemático son el diagrama letrado y un cierto lenguaje matemático. Ninguna de las dos permitiría, por separado, construir una imagen verosímil de la actividad cognitiva de los matemáticos griegos como matemáticos. No se trata, por tanto, de que los diagramas hagan algo así como ilustrar procesos de pensamiento que se habrían gestado independientemente de esos mismos diagramas, «en la cabeza» de esos pensadores. O de que los diagramas «plasmen» esos mismos pensamientos. El sentido en el que Netz los concibe como *herramientas* es un sentido fuerte: hacen posible una tarea que de otro modo sencillamente no sería posible. Bajo ese punto de vista, no se trata de que los diagramas sean una característica de aquella forma de reflexión, sino de que constituyen la «característica predominante» (*op. cit.*, p. 14).

Una parte importante de la razón por la que se atribuye esa función primordial a los diagramas como instrumentos para la deducción radica en el carácter crucial que cumplen en cuanto a la fijación de la referencia del proceso discursivo. Netz se sirve de una distinción de Pearce entre tipos de signos para establecer la función de las letras que acompañan a los diagramas. Esas letras constituirían lo que Pearce denominó «índices», es decir, que significan en función de la relación simplemente deíctica con su objeto: la letra *alpha*, por ejemplo, o cualquier otra que forme parte de un diagrama, significa el punto en el que está simplemente porque está junto a él. Esa es su función, indicar

2. Netz ofrece como ejemplo y recordatorio de las matemáticas griegas, al inicio de su libro, una reproducción de la proposición quinta del libro segundo de los Elementos de Euclides. Aquí, en parte por ofrecer un ejemplo más sencillo, y en parte porque en la traducción española de los Elementos el diagrama de la proposición que Netz reproduce aparece ligado a la proposición sexta en lugar de a la quinta, vamos a reproducir la proposición primera del libro I. Como dice la traductora de la obra al español «esta proposición suele oficiar como paradigma de la demostración euclídea» (*op. cit.*, p. 202), tanto por su «claridad meridiana» como porque incluye las seis partes típicas de los teoremas de Euclides. Así que transcribimos literalmente la traducción de María Luisa Puertas Castaños (Madrid, Gredos, 1991). Únicamente, para facilitar aún más la comprensión, he separado en distintas líneas la secuencia de aserciones, y colocamos el diagrama antes del texto. También he suprimido las referencias a definiciones que incluye la traductora.

algo a lo que el texto va a referirse. Pues bien, analizando los distintos modos en los que esas letras aparecen en los diagramas y los textos de una muestra de proposiciones matemáticas, lo que Netz encuentra (cap. 1) es que si bien hay un porcentaje de estas letras (47 %) que están «completamente especificadas», es decir, que constituyen una referencia indubitable del texto remitiendo al diagrama, hay también significativos porcentajes de letras que resultan o bien «subespecificadas» (8 %), o bien «completamente inespecificadas» (19 %), o incluso «que cambian su naturaleza a lo largo de la exposición» (25 %). ¿Qué interpretación cabe dar a un resultado como éste? Sencillamente, que en el proceso de fijación de la referencia del texto (cuando se dicen cosas como «AB es bisectado en R», que es casi como decir durante todo el proceso deductivo), «el diagrama es indispensable» y que «no es directamente recuperable desde el texto» (*op. cit.*, p. 19). La única manera de saber para qué están esas letras consiste en mirar al diagrama. Al hacerlo, y es otra prueba de la interdependencia de texto y diagrama, habrá afirmaciones «que resultan directamente deducidas del diagrama», pero hay también «un amplio y vago campo de aserciones que son, como si dijéramos, *mediadas* vía diagrama» (*op. cit.*, p. 19). Estos hallazgos llevan a pensar que el diagrama *tiene* que existir mientras está desarrollándose el texto, o, lo que es lo mismo, que «el texto da al diagrama por garantizado». La inversa, sin embargo, no parece cierta: el texto no es recuperable a partir del diagrama.

En dos palabras, y de nuevo con los propios términos de Netz, «la pragmática del texto la proporciona el diagrama, que es la estructura de presuposiciones que gobierna el discurso» (*op. cit.*, p. 30). De ese modo, la interdependencia de texto y diagrama viene a funcionar, como si dijéramos, utilizando metafóricamente una noción tomada de la inteligencia artificial —que no es una expresión de Netz—, como un «motor de inferencias» en un sistema experto (Adarraga, 1994).

El método deductivo consiste en una práctica cognitiva que tiene como rasgo definitorio el hecho de consistir en una estructura continua de derivaciones. ¿De dónde surgen esas derivaciones, esos *pasos* de una a otra idea, esos encadenamientos propiamente deductivos —y, a la postre, demostrativos? Algunas serán eminentemente verbales más que visuales, es decir, algunas afirmaciones serán derivadas del texto sólo. Pero puesto que, como hemos visto, el texto oculta supuestos implícitos que están contenidos sólo en el diagrama, otras derivaciones surgirán sólo visualmente, del diagrama. Aún una tercera categoría de derivaciones provendrá, y éste es un elemento fundamental para Netz, de una combinación de ambas fuentes, texto y diagrama, exhibiendo «esa fértil combinación de elementos diferentes, casi antagonistas, (...) que es responsable de la formación de la deducción» (*op. cit.*, p. 67).

Hay entonces una única herramienta tangible en las matemáticas griegas y en el corazón de sus prácticas, el diagrama letrado. Ahora bien, ¿cómo construye el matemático sus proposiciones? No puede apoyarse en otra cosa más que en su lenguaje:

la única *mediación* posible entre el matemático tratando de pensar y el diagrama es el lenguaje. Pero, ¿qué lenguaje? La reconstrucción de Netz atiende a dos niveles de análisis en este punto, el del léxico y el de las *fórmulas*. El balance teórico final para ambos casos se deja resumir con cierta facilidad (*op. cit.*, p. 161):

- Hay un léxico sumamente limitado con el cual prácticamente se construye el conjunto global de esas matemáticas. Entre cien y doscientas palabras usadas repetitivamente son las responsables del 95 % o más de ese corpus.
- Hay un número similar de *fórmulas* (estructuras estables de palabras) con las cuales se escribe una proporción casi mayor del conjunto total de los textos. Como en el caso de las palabras, el uso de estas *fórmulas* es extremadamente repetitivo.
- Ambos componentes del sistema total del lenguaje matemático en uso constituyen, dado su tamaño, un sistema notablemente económico, pero no sólo desde un punto de vista lingüístico. Desde un punto de vista conceptual, claramente en el caso del léxico, pero también en el de las fórmulas, prevalece un principio simplificador y sistemático de un solo concepto por ítem léxico. Es decir, el sistema es mínimamente ambiguo.
- Las estructuras de palabras, las *fórmulas*, no son enteramente rígidas sino más bien flexibles. Ahora bien, esta flexibilidad no hace que pierdan una clara identidad. La flexibilidad las evoluciona sobre todo hacia la elipsis gradual. Casi la mitad del discurso está hecho de fórmulas fuertemente marcadas semánticamente, es decir, con una notable estabilidad estructural y semántica que viene a resultar constante tanto entre distintos autores como en comparaciones intra-autor.
- También se aprecia flexibilidad en el hecho de que algunas fórmulas se transforman en otras, pero esto tiende a ocurrir de dos maneras posibles. Algunas fórmulas se convierten, en un eje vertical, en constituyentes de otras fórmulas. En un eje horizontal, dos fórmulas pueden devenir cognadas. Esto lleva a la existencia de una red de fórmulas que, entonces, más allá de la estructura lineal de los textos, forma un «sistema de recurrencias», de fórmulas repetitivas inscrito en una estructura jerárquica.

Debe entenderse, aunque esta enumeración de características pudiera hacer pensar lo contrario, que lo que Netz trata de hacer no es una simple descripción estructural de los constituyentes del lenguaje matemático en uso. El interés último y fundamental de dicha caracterización es más funcional que estructural. Lo que está en juego aquí es la pertinencia y la extrema utilidad de un lenguaje de las características definidas para hacer la tarea que ese lenguaje debe hacer. Y esa tarea es cognitiva: debe hacer posible, mejor dicho, fácil, la emergencia de las prácticas deductivas. Se entiende, por tanto, que el conjunto de aquél lenguaje matemático, es decir, tanto el léxico como las *fórmulas*, cumplen claras funciones cognitivas, en la especificidad de cómo está constituido y de cómo se utiliza. El léxico es pequeño y claro, y por tanto muy manejable. Pero

también las fórmulas son (relativamente) fáciles de aprender y de retener, pueden ser procesadas con (relativa) facilidad, rapidez y familiaridad. Se constituyen en «chunks» lingüísticos que «aunque son originalmente composicionales, puede ser leídos como si fuesen no-composicionales» (*op. cit.*, p. 132), por lo cual facilitan enormemente el trabajo cognitivo.

El análisis del lenguaje matemático que hace Netz, y muy en particular el análisis de las fórmulas, está explícitamente inspirado en un precedente: «Se verá que la tesis principal de este libro es estructuralmente similar a la teoría *formulaica* tal como ha sido desarrollada en el estudio de Homero» (*op. cit.*, p. 129). La teoría, en ese caso, trata de explicar cómo es posible, cognitiva o psicológicamente posible, que en una cultura iletrada que carece de un sistema de escritura haya sido posible la composición, el mantenimiento y la difusión continua de los poemas homéricos, dada su longitud y su complejidad. La respuesta pasaría por la funcionalidad cognitiva de un lenguaje *formulaico* para hacer esas tareas. Pero aquí es de nuevo oportuna una cita un poco más larga (*op. cit.*, pp. 128-129):

Nótese que (esa teoría) es historia cognitiva. Define una cierta *herramienta cognitiva*, y afirma que esa herramienta fue necesaria para el logro de una cierta tarea cognitiva (la creación de los poemas homéricos), dada la ausencia de alguna otra *herramienta cognitiva* (la escritura). La teoría hace alguna afirmación universal: es *imposible* improvisar los poemas homéricos salvo si uno posee fórmulas. De manera converso, con la ayuda de tales fórmulas, esto es *posible*. La escritura hace las fórmulas *superfluas*. Todos los adjetivos en cursiva se supone que son universales cognitivos. La teoría plantea una cierta hipótesis histórica relativa a la disponibilidad de *herramientas cognitivas* en el tiempo de Homero, la ausencia de escritura. Eso también implica algunos supuestos relativos al trasfondo social, dado que asume que la estructura de las fórmulas evolucionó gradualmente en una comunidad que las dio por buenas y las acumuló.

El caso de esas primeras matemáticas griegas no es ya el de un desarrollo cognitivo sorprendente en el marco de una cultura iletrada. Al contrario, aparecen en el seno de la cultura que ha desarrollado un sistema alfabético de escritura. Así que la consideración del papel que las fórmulas desempeñan en uno y en otro caso debe diferenciarse. En el caso de las fórmulas matemáticas, Netz considera que «son post-orales pero preescritas (...) no descansan ya en lo oral, pero no descansan aún en el soporte escrito» (*op. cit.*, pp. 163-164), lo que es una forma de decir que escapan a una estricta dicotomía entre oral y escrito. Pudiera ser que las fórmulas emergieran sin un sistema de escritura en que enraizarse, se añade, pero no es posible suponer la conservación y la transmisión de fórmulas matemáticas sin soporte escrito.

Hasta aquí, una mínima descripción de los dos componentes básicos para la explicación de la emergencia de un método deductivo, diagramas y lenguaje. A partir

de este punto, el trabajo de Netz toma el rumbo de aclarar cómo llegan a construirse, a partir de esos componentes, los dos rasgos principales de un proceso que verdaderamente pueda considerarse deductivo. Tal proceso requiere que la construcción deductiva incorpore y ofrezca un principio de *necesidad*, y el mismo proceso requiere y debe exhibir a la vez un principio de *generalidad*. Si no fuese así, no podría hablarse con rigor de la emergencia de un pensamiento deductivo sistemático. Pero, para los objetivos que aquí perseguimos, no consideramos imprescindible reconstruir esas partes del libro de Netz –que, por otra parte, son, sin duda, esenciales para el *completamiento* de la teoría.

Netz ya nos ha colocado justo en el punto que pretendía:

Durante cuatro capítulos hemos buscado al matemático griego. Ahora finalmente le hemos encontrado: pensando en voz alta (...), en unas pocas fórmulas (...) hechas de un pequeño conjunto de palabras, mirando fijamente a un diagrama (...) y poniéndole letras. Esta es la realidad material de las matemáticas griegas (*op. cit.*, p. 167).

#### 4. ¿QUÉ HAY DE VYGOTSKYANO EN LA TEORÍA DE NETZ ACERCA DE LA EMERGENCIA DE UN MÉTODO DEDUCTIVO DE PENSAMIENTO?

Antes de proceder a dar respuesta a la pregunta que formulamos, parece conveniente hacer algunas puntualizaciones que sirvan para encuadrar correctamente la puesta en relación de la teoría de Netz con respecto a la psicología de Vygotsky, y también la psicología vygotskyana con respecto a la teoría de Netz.

Con respecto a Netz, en primer lugar, no hay duda de que su trabajo tiene una completa identidad en sí mismo. La reconstrucción de las prácticas deductivas de los matemáticos griegos que Netz realiza no depende, como él mismo decía, de una teoría psicológica *previa* que trate de ejemplificarse en un caso. Pero el problema no es que su teoría esté o no esté inspirada en alguna teoría cognitiva previa. El problema, tal como lo vemos, es que su teoría *llegue* al territorio psicológico, o mejor dicho, que se reconozca que efectivamente *llega* –cosa que, como antes se dijo, parece no haber pasado de momento. Aquí entendemos que su trabajo persigue deliberadamente una decidida verosimilitud y significación psicológica, y no sólo histórica, es decir, entender, en el plano cognitivo, cómo fue posible, y de dónde vinieron, cómo *se fabricaron*, unas prácticas cognitivas que parecen ser completamente singulares en cuanto a su origen cultural, y de un profundo y duradero impacto en la historia cultural, intelectual y científica (Lloyd, 2002). Es eso precisamente lo que nos mueve a buscarle el que pueda ser el más claro parentesco teórico en el territorio psicológico. No se trata, en absoluto, de forzar la intención del trabajo de un historiador en una dirección de interpretación

psicológica contraria a la que él mismo pudiera desear. Al contrario, se trata de evidenciar y aclarar en la medida de lo posible en qué marco de teoría psicológica nos parece que su trabajo adquiere –y aporta– coherencia. Hemos dicho ya que la propuesta es que esa complementariedad se encuentra nítidamente en el marco de la psicología cultural, y que el nombre y la perspectiva teórica de Lev Vygotsky, su más destacado inspirador, es el referente que vamos a tomar aquí para intentar mostrarlo.

Una segunda puntualización que parece necesaria es la siguiente. Al relacionar el trabajo de Netz con la perspectiva teórica de Vygotsky estamos «conectando» planos de análisis de muy distinto «nivel». El trabajo de Netz es una monografía de investigación histórica bien acotada en términos geográficos, cronológicos y de personajes, obras y contenidos estudiados. La perspectiva teórica de Vygotsky es un esbozo para una concepción general del desarrollo del psiquismo. No puede haber una superposición simple y directa entre una y otra. Vygotsky jamás investigó las matemáticas griegas –aunque sí que hizo referencia a algún historiador de las matemáticas como apoyo a sus tesis.<sup>3</sup> Por otra parte, Netz se cuida mucho de no sobrepasar los límites que él mismo ha establecido para su trabajo, ni en el plano histórico ni tampoco en el plano cognitivo. Netz no generaliza su análisis histórico-cognitivo más allá del caso estudiado, y Vygotsky, como decimos, no concretó sus ideas específicamente en el inicio de las matemáticas griegas. Así que, por decirlo sintéticamente, las concordancias entre Netz y Vygotsky no son en modo alguno del orden del objeto concreto de estudio, pero sí del orden de la concepción causal-explicativa de los respectivos análisis.

Vamos a dar aquí por bueno que la psicología cultural que Vygotsky perfiló representa un enfoque teórico cuyo eje principal pasa por enfocar la investigación de la conciencia humana desde el punto de vista del desarrollo. Ese interés por los procesos de desarrollo se formula en cuatro niveles de análisis: desarrollo filogenético, desarrollo ontogenético, desarrollo histórico y desarrollo microgenético (Wertsch, (1985/1988). Vamos a dar por bueno que la coherencia, y la originalidad, del enfoque de Vygotsky exige una aproximación que tenga en cuenta esos cuatro niveles de análisis. Vamos a dar por bueno, por tanto, que algunas de las principales ideas vygotksyanas se aplican,

3. Es interesante y oportuno notar que Vygotsky termina el apartado en el que repasa los sistemas numéricos de culturas primitivas aludiendo a la «brillante valoración» que, en su «Historia de las matemáticas», habría hecho Sheremetievskii del papel de los signos como herramientas. Dice Vygotsky: «En su comparación del álgebra moderna basada en signos con el álgebra retórica de la gente antigua, Sheremetievskii concluyó que todo el trabajo psicológico implicado en la solución de problemas se transforma bajo la influencia de estos nuevos medios de denotar operaciones» (*op. cit.*, p. 132). Cabe suponer entonces que la obra de este matemático ruso podría haber sido una de las fuentes de inspiración del psicólogo ruso. La curiosidad se acrecienta con la cita del matemático que Vygotsky recogía, y con el comentario que hace el traductor de Vygotsky, que aclara que Sheremetievskii estaba refiriéndose al sistema de proposiciones de Euclides.

entrelazadamente, por así decir, a varios de esos niveles. Por supuesto, no todas, ni de manera mecánica e idéntica a los cuatro niveles –y determinar las posibles similitudes y diferencias es un problema abierto. Por ejemplo, la importante noción de «zona de desarrollo próximo», ligada a la estrecha relación entre aprendizaje y desarrollo que se defiende en el plano del desarrollo ontogenético (Vygotsky, 1978/1979), no parece tener una correspondencia clara y específica en el plano del desarrollo histórico-cultural propiamente dicho. Vamos a dar por cierto también, por último, que el grueso de las contribuciones de Vygotsky se centró sobre todo, pero no de manera exclusiva, en el desarrollo ontogenético. Esto puede llevar a entender que Vygotsky es un psicólogo del desarrollo infantil, pero eso es sólo parcialmente cierto.

Las «precauciones» anteriores son necesarias por varias razones. En primer lugar, porque a pesar de que el proyecto de Vygotsky se establezca proponiendo una perspectiva que hace compatibles y necesarias evidencias que provienen de la psicología del desarrollo infantil, junto con otras que provienen de la historia cultural (más específicamente, de la antropología de su tiempo) –y dejamos fuera ya los planos filogenético y microgenético–, lo cierto es que son muy escasas y limitadas las aportaciones posteriores propiamente históricas a ese proyecto –y eso a pesar del enorme interés y trabajo suscitado en las últimas décadas a partir del trabajo de Vygotsky. Wertsch (1993, p. 12) lo ha expresado así:

se presta poca atención en la psicología del desarrollo contemporánea al cambio histórico y a los factores históricos. Una manifestación de este estado general es que, en un tiempo de tráfico intenso entre psicólogos y antropólogos, sigue habiendo poco contacto productivo entre psicólogos e historiadores. Por todas estas razones, el intento de Vygotsky y Luria de delinear una «nueva psicología genética» tocando múltiples dominios de desarrollo mantiene una gran relevancia contemporánea.

Se entenderá que, en un contexto como el que se señala, en el que desde la propia psicología cultural se reconoce la escasez de nuevas y significativas contribuciones históricas, parezca particularmente oportuno «conectar» el trabajo de Netz con la psicología cultural.

Por todo lo anterior, nos parece claramente defendible lo siguiente: 1) algunas de las más importantes ideas vygotskyanas valen tanto para el plano ontogenético como para el plano del desarrollo histórico-cultural (veáse al respecto, muy particularmente, Vygotsky y Luria, 1993, sobre todo el capítulo 2; y Vygotsky, 1931; y también Knox, 1993); 2) ésa es la razón de que, en definitiva, de la tradición teórica inaugurada por Vygotsky, se hable generalizadamente como de una psicología sociocultural, sociohistórica, histórico-cultural o simplemente cultural (Cole, 1996/1999; Daniels, Cole y Wertsch, 2007; Valsiner y Rosa, 2007).

Lo que en este punto necesitamos es una cierta guía conceptual que nos ayude a realizar una *comparación* ordenada entre algunas de las ideas generales de Vygotsky y la teoría particular de Netz. Creemos que Wertsch (1985/1988, pp. 32-33) nos la proporciona cuando sintetiza lo esencial de la posición teórica de Vygotsky en los siguientes términos:

Los tres temas que constituyen el núcleo de la estructura teórica de Vygotsky son: 1) la creencia en el método genético o evolutivo; 2) la tesis de que los procesos psicológicos superiores tienen su origen en procesos sociales; y 3) la tesis de que los procesos mentales pueden entenderse solamente mediante la comprensión de los instrumentos y signos que actúan de mediadores. (...) El tercer tema, la mediación de signos e instrumentos, es analíticamente superior a los otros dos. Esto se debe a que los argumentos de Vygotsky sobre la mediación pueden ser entendidos por sí mismos, mientras que muchos aspectos importantes de los otros dos temas solamente pueden entenderse a través del concepto de mediación. De esta manera, Vygotsky define el desarrollo en términos de aparición y transformación de las diversas formas de mediación, y su noción de interacción y su relación con los procesos psicológicos superiores implica necesariamente los mecanismos semióticos

Empecemos, pues, tomando como guía la jerarquía de núcleos teóricos que Wertsch propone, por las nociones cruciales de *instrumentos psicológicos* y de *mediación*. Si nos ceñimos exclusivamente al nivel del desarrollo histórico-social –por mantenernos lo más cerca posible del plano de análisis de Netz–, es fácil ver que ésas eran las nociones de que Vygotsky se sirvió para dar cuenta de los procesos de cambio ya en el nivel del «hombre primitivo» (Vygotsky, 1930/1993). El desarrollo de la memoria, desde sus formas natural/biológicas, «orgánicas», en sus términos, en dirección a las formas culturales de memoria, va a depender de la creación de instrumentos mnemotécnicos de diverso orden, desde los «quipus» peruanos hasta las formas de escritura. En cualquier caso, la idea esencial es que las operaciones de recordar van siendo controladas mediante el uso de memorias externas basadas en signos de distinto tipo. A partir del registro antropológico de que Vygotsky se sirve, ésa es la interpretación de conjunto que, de manera congruente con la perspectiva que está construyendo, establece.

Algo parecido encontramos en su análisis de las operaciones numéricas. También aquí hay una detallada reconstrucción de la evidencia disponible (que aquí no podemos reflejar –mucho de ella obtenida de Lévy-Bruhl–) y que en conjunto es interpretada como dando apoyo al importante papel de los signos en la construcción de nuevas habilidades: se trata de

ejercer influencia en su memoria desde fuera. (Se) organizan los procesos internos de memorización desde fuera, sustituyendo operaciones internas por actividad

externa, que queda más fácilmente bajo control. Organizando la actividad externa se gana control de la propia memoria mediante el uso de signos. Aquí radica la principal diferencia entre la memoria animal y la humana (Vygotsky, *op. cit.*, p. 127).

De hecho, estas tesis de Vygotsky son bien conocidas y, en cierto sentido, puntos de partida elementales para los investigadores de orientación neovygotskyana. En ocasiones, se alude a ellos de una forma generalizada, y se recuerda la lista de herramientas psicológicas sugerida por el propio Vygotsky como una especie de indicador de la amplitud de las tesis (Kozulin, 1998/2000). Esta lista incluye herramientas como las siguientes:

el lenguaje, varios sistemas para contar, técnicas mnemónicas, sistemas de símbolos algebraicos, trabajos sobre arte, escritos, esquemas, diagramas, mapas, y dibujos mecánicos, todo tipo de símbolos convencionales, etc. (citado por Wertsch, 1985/1988, p. 95).

Pues bien, parece claro que el diagrama letrado de que se ocupa Netz está concebido de un modo funcionalmente similar al de los instrumentos semióticos vygotskyanos. No creemos que se pueda defender que ambos autores simplemente recurren a una misma analogía superficial. El diagrama letrado de Netz es la herramienta que, junto con un cierto tipo muy específico de lenguaje, que por su especificidad viene a ser considerado también como una herramienta cognitiva –otra idea muy vygotskyana–, hace posible la aparición histórica de un pensamiento deductivo sistemático. Esa es la tesis fundamental del libro de Netz:

He mostrado que los dos aspectos de la deducción, la necesidad y la generalidad (la parte del libro que aquí no hemos reconstruido), se formaron en las matemáticas griegas a partir de cierto trasfondo cognitivo (y no de alguna teoría metamatemática). Más específicamente, se formaron a partir de dos *clusters* de herramientas cognitivas, una organizada alrededor del diagrama letrado y la otra organizada alrededor del lenguaje técnico, formulaico (*op. cit.*, p. 270).

Los diagramas letrados son herramientas cognitivas por el papel crucial que cumplen en esos procesos de razonamiento matemático, difíciles de concebir como práctica cognitiva humana sin el uso de la herramienta. Y entendemos que se definen como herramientas en un sentido fuerte porque los diagramas no son

una representación de otra cosa; son la cosa misma (...) no son como la representación de un edificio, son como un edificio, construidos para actuar sobre ellos (*op. cit.*, p. 60).

Netz no discute la deducción antes de las prácticas de las que se ocupa, luego veremos porqué. Asume, como se dijo, que el razonamiento puede hacerse de muchas formas diferentes. Hay que entender entonces que los procesos inferenciales de ese razonamiento deben naturalmente existir en las formas iletradas de cognición (D'Andrade, 1995). Lo que el diagrama hace es crear un contexto tangible, material, observable y manipulable con respecto al cual esas operaciones inferenciales pasan a ser reguladas desde fuera, mediante *signos* externos. Esas operaciones inferenciales adquieren de ese modo un referente específico, directo y simple, pero, a la vez, con unas cualidades extraordinariamente «generativas». El juego de la actividad mental se encierra entonces en un universo físico y simbólico restringido, para el cual se genera (o más bien se adapta) una forma de lenguaje específica. Ahí se convierte en una práctica sistemática que no parece depender de manera importante de consideraciones metamatemáticas, un asunto en el que Netz insiste y que aquí apenas hemos recogido. No se trata por tanto de una actividad metacognitivamente regulada, sino precisamente de una *práctica-práctica* (perdón por la expresión) en la que el razonamiento «orgánico» —que hubiera podido decir Vygotsky— pasa a estar controlado por un sistema de signos externos, los diagramas. Lo que está ocurriendo, en términos vygotksyanos, es que se está aprendiendo a regular el propio comportamiento cognitivo, es decir, la actividad inferencial «orgánica». Eso sólo es posible mediante el uso de una herramienta mediadora. El diagrama y el lenguaje formulaico son la polea y la cuerda imprescindibles para que el barón de Münchhausen pueda levantarse a sí mismo del suelo.

La segunda tesis nuclear de Vygotsky, siguiendo a Wertsch en orden inverso (véase más arriba), es la idea de que los procesos psicológicos superiores tienen su origen en procesos sociales. ¿Es la reconstrucción de Netz de algún modo congruente con esa noción? Creemos que sí. Pero para poder justificarlo es necesario abordar la pregunta, por así decir, en dos pasos. El primero tiene que ver con la noción misma de «procesos psicológicos superiores». No es una expresión que Netz emplee. Pero debe recordarse que Netz propone la «historia cognitiva» como respuesta a la ley de la inexistencia de la ciencia cognitiva de Fodor, es decir, como remedio a la imposibilidad, según Fodor, de una investigación científica de los procesos centrales. Estamos, por tanto, ante una posición, la de Netz, perfectamente congruente con la decidida toma de posición de Vygotsky a favor de la posibilidad de una investigación científica de los procesos psicológicos superiores, sólo que, en el caso de Vygotsky, como en el de Netz, eso debe pasar también por situar ese estudio en el plano de las prácticas culturales. Dicho de otro modo, abrupto quizás, la noción de «historia cognitiva», aunque menos comprometida, es asimilable a la noción de «desarrollo de los procesos psicológicos superiores». Pero no es sólo eso. La emergencia de la deducción tiene un valor histórico y un valor cognitivo para Netz. Aunque éste es un asunto con respecto al cual se dice muy poco a lo largo del libro, eso se debe seguramente a que se dice mucho al comienzo del mismo.

Cuando Netz está diferenciando su propio enfoque de la historia de la ciencia del de Kuhn, aprovecha a la vez para poner cierta distancia con respecto a la sociología de la ciencia que se ha desarrollado después de Kuhn:

Mi deuda con la sociología de la ciencia es obvia, pero mi enfoque es diferente. Yo no pregunto exactamente qué hizo a la ciencia del modo como era. Lo que pregunto es qué hizo a la ciencia exitosa, y exitosa en un sentido intelectual real. En particular, no veo la «deducción» como un constructo sociológico. La veo como una forma objetivamente válida cuyo descubrimiento fue un logro positivo (*op. cit.*, p. 3).

Nos parece que estas afirmaciones no requieren mayor comentario.

¿Tiene la deducción, en la teoría de Netz, su origen en procesos sociales? En un sentido importante, pero que no trata de eliminar otros planos (cognitivo, semiótico, lingüístico, lógico), ni de hacer reducciones de uno a otro, desde luego que sí. Aunque es cierto que no es el foco principal de su trabajo, a Netz le interesan también el tamaño de las comunidades de matemáticos y las condiciones concretas de realización de sus prácticas, es decir, tanto las condiciones materiales como las microsociales de los grupos y sus interacciones. Se entiende que el diagrama es indispensable precisamente en contextos de comunicación que implicasen a un pequeño grupo de personas, de manera que esos intercambios debían estar mediados por el uso de los diagramas. En esas situaciones difícilmente podemos imaginar una secuencia deductiva construida exclusivamente en un formato oral.

Las descripciones de Netz, entendemos, implican en buena medida que las prácticas deductivas son prácticas comunicativas y sociales. En primer lugar, porque las herramientas mismas, diagrama y lenguaje formulaico, son herramientas sociales para un trabajo público. No se trata de negar que un matemático pudiera ejercer una práctica deductiva de manera individual, pero la práctica es social en origen antes seguramente de ser individual –y ésa, no hay duda, es también una idea muy vygotskyana. Esta es también la idea que Latour (*op. cit.*) más destaca del libro de Netz: «Podemos decir ahora que la *apodeixis* matemática es, en parte, un desarrollo de la *epideixis* retórica» (Netz, p. 293). Pero una cita más extensa seguramente lo aclara más y asienta mejor la idea (Netz, *op. cit.*, pp. 297-298):

Las matemáticas griegas reflejan la importancia de la persuasión. Reflejan el papel de la oralidad, en el uso de las fórmulas, en la estructura de las pruebas, y en su referencia a un objeto visual inmediatamente presente. Pero esta oralidad está regimentada en una forma escrita, donde el vocabulario es limitado, la presentación sigue un patrón relativamente rígido, y el objeto inmediato se transforma en el diagrama escrito –doblemente escrito, porque está ahora inscrito con letras, de manera que incluso el objeto visual de los matemáticos deviene incompre-

sible para los compatriotas menos privilegiados. Es a la vez oral y escrito, una característica que hemos subrayado muchas veces a lo largo del libro. Podemos ahora empezar a ver que esta intersección representa una incluso más básica –en términos simples, la intersección de democracia y aristocracia.

Es cierto que en el libro se ha hecho muchas veces referencia al importante papel de la oralidad. Recordemos que, de acuerdo con Netz, cuando finalmente encontramos al matemático griego en el ejercicio de sus habilidades deductivas, lo encontramos «pensando en voz alta». Netz, en su afán por colocarnos lo más cerca posible del matemático mientras éste desarrolla su trabajo, llega a hipotetizar el posible proceso de la relación entre ideas e instrumentos psicológicos *in situ*, por así decir. Sugiere, en una primera aproximación, que un orden posible de acontecimientos, aunque quizá no el único, sería éste: primero se formula una idea bruta para una proposición, y entonces se dibuja un diagrama; al diagrama van poniéndosele letras a la vez que se hace una especie de enumeración (*rehearsal*, en inglés) en la que va *vistiéndose* esa idea bruta; es *posible*, se dice, que esa enumeración sea oral; sólo al final se escribirá el texto que asume el diagrama letrado y acaba dando forma a la proposición (*op. cit.*, pp. 85-86). Es cierto que se subraya que trata de una hipótesis. Y es interesante observar que aquí el propio Netz parece vacilar. Lo que está en juego es la transformación de lo oral a lo escrito. Cuando intenta acabar de perfilar su hipótesis, en una segunda redefinición, lo hace de la siguiente manera:

Mi hipótesis puede entonces reformularse en términos más precisos. Las proposiciones griegas se originaron de muchas maneras, pero la más común fue dibujar un diagrama, ponerle letras, acompañándose de una enumeración (*rehearsal*) oral que se va vistiendo –*un monólogo interno, quizás*– y que corresponde al principal resultado del argumento; y entonces se procede a escribir la proposición tal como se tiene (*op. cit.*, p. 86; el énfasis es nuestro).

En la primera aproximación parece que se concede más crédito a la posibilidad del ensayo *oral*, mientras que cuando la hipótesis se acaba de precisar, en la segunda ocasión, ese ensayo se ha convertido, tentativamente, desde luego, en un *monólogo quizás interno*.

Esto es tremendamente interesante desde un punto de vista vygotskyano. Si nos fijamos en ese detalle es porque lo que en el texto de Netz puede parecer una especie de pequeña vacilación sin mayor importancia, resulta ser un tema vygotskyano de primera magnitud. Decíamos antes que no todas las ideas teóricas de los diversos planos en los que Vygotsky se movió –filogenético, histórico, ontogenético y microgenético– pueden asimilarse mecánicamente entre sí. Y señalábamos que no parece haber algo equivalente a la noción de zona de desarrollo próximo en el plano histórico (no que no pueda haberlo,

sino simplemente que no sabemos que tal idea se haya desarrollado, ni en la obra de Vygotsky ni después). Pues bien, algo parecido podríamos haber dicho de la noción de internalización del lenguaje como instrumento psicológico y del surgimiento del habla interna como forma de pensamiento. Wertsch tiene escrito esto: «Vygotsky situaba la aparición del habla interna en los últimos estadios del cambio sociocultural, pero no llegó a desarrollar esta tesis en profundidad. Por ello, yo no lo trataré aquí» (Wertsch, 1885/1988, p. 50). Como es sabido, Vygotsky sí defendió una línea de desarrollo en el plano ontogenético mediante la cual las funciones comunicativas del lenguaje van transformándose en funciones regulativas (Vygotsky, 1934/1977). De modo que el lenguaje mismo, social en origen, va a llegar a convertirse en un instrumento de pensamiento y de regulación de la propia conducta. Parte de la argumentación teórica de Vygotsky a favor de esa idea descansa en la interpretación que se hace del lenguaje egocéntrico propio de ciertas edades tempranas. El lenguaje egocéntrico viene a ser un lenguaje a medio camino entre un lenguaje social, público, comunicativo, y su destino como habla interna. Que sepamos, esa idea, propuesta, repetimos, para el plano ontogenético, no tiene correspondencia en el plano histórico, al menos de una manera clara y explícita (la discusión del desarrollo histórico del lenguaje que hacen Vygotsky y Luria, 1930/1993, va por otros derroteros). Pues bien, la reconstrucción que hace Netz de cómo piensan los matemáticos griegos con los diagramas *in situ*, como decíamos antes, recuerda extraordinariamente la secuencia que Vygotsky describe para el desarrollo del habla interna, pero sin nada parecido a una fase de lenguaje egocéntrico. La propia vacilación de Netz entre describir aquellos ensayos como formulados *en voz alta* y describirlos como un *monólogo quizás interno* puede tomarse como indicativa de un posible ejemplo en el plano histórico de las tesis ontogenéticas de Vygotsky acerca de la relación entre pensamiento y lenguaje.

Desde un punto de vista vygotskyano, Netz tendría posiblemente razón en *ambas* interpretaciones, si entendemos que ambas interpretaciones forma parte de una secuencia evolutiva. Tiene sentido pensar que quizá *al principio* los ensayos debieron haber sido predominantemente orales y predominantemente públicos (y sobre proposiciones, añadiríamos, comparativamente sencillas —el tema de la complejidad de las proposiciones lo desarrolla Netz en el capítulo dedicado a la formación de la necesidad). Y que la práctica deductiva pudo evolucionar hacia ensayos que progresivamente fueron adoptando cada vez más una modalidad de monólogo interno, quizás de manera fragmentaria inicialmente, dentro del curso de pensamiento compartido, público, relativo a alguna proposición, y más prolongado después, *dentro* de proposiciones particulares y también *a lo largo de distintas* proposiciones. Esta sería, creo, la secuencia vygotskyana. Solo a medida que avanzase el desarrollo, es decir, la práctica, podríamos tener mayor amplitud de monólogo interno en el lugar que antes había ocupado el discurso oral

(pero sin que eso signifique que en cuanto a los materiales que Netz estudia llegue un momento en que se prescindiera de las herramientas que son el diagrama letrado y el lenguaje formulaico). Esta posible secuencia, que sólo trata de dar sentido a la *pequeña vacilación* de Netz, tiene también sentido en cuanto al proceso de aprendizaje de los matemáticos noveles. No habría que olvidar en este punto que el material de trabajo al que Netz se enfrenta son obras acabadas, ya escritas, y por así decir, *cuajadas*, en las que no queda el rastro de su posible proceso *gradual* de construcción (y no quedan tampoco los ensayos fallidos). Galperin (citado por Wertsch, *op. cit.*, pp. 82-83) habría desarrollado las ideas de Vygotsky para llegar a proponer tres estadios en el proceso de internalización: «1) convertir una acción en lo más explícita posible; 2) transferir su representación a discurso audible, primero en el plano interpsicológico y luego en el intrapsicológico; 3) transferirlo al discurso interno». Esta secuencia cuadra muy bien con el conjunto de la descripción de Netz. Sería el diagrama lo que hace posible y a la vez obliga a convertir el proceso deductivo en algo completamente explícito. Como dice Netz, en las pruebas matemáticas griegas «la estructura de la derivación es completamente explícita (...) la inspección inmediata es posible» (*op. cit.*, p. 215), no hay nada oculto. Téngase en cuenta que «el ideal detrás de la estructura de las pruebas matemáticas griegas es un acto directo e ininterrumpido de persuasión» (*op. cit.*, p. 214). El lenguaje formulaico, con todas las características que hemos visto, es el medio que haría posible construir la representación o la idea bruta en términos lingüísticos, «primero en el plano interpsicológico y luego en el intrapsicológico», tal como sugeríamos. «Transferirlo al discurso interno» sería ir reconstruyendo el discurso externo en el formato propio de las características peculiares del habla interna» (ver Wertsch, 1985/1988, capítulo 4).

No estamos diciendo aquí que las anteriores consideraciones *prueben* nada. Ya hemos dicho que el propio Netz subraya el carácter hipotético de sus sugerencias. Y aquí se han añadido más sugerencias también hipotéticas.<sup>4</sup> Ni siquiera estamos dando genéricamente por buena una tesis paralelista entre desarrollo histórico y desarrollo ontogenético. No es necesario para lo que se está planteando. Lo que aquí está en juego, entendemos, es un asunto de *descubrimiento*. Los descubrimientos de Netz, lo repetimos una vez más, tienen valor en sí mismos, pero cobran mayor relieve en el marco de la psicología cultural. A la vez, están proporcionando un ejemplo extraordinariamente vigoroso de proceso vygotskyano en la escala histórica, llevando claramente más lejos en concreción y en el nivel de detalle algunas de las hipótesis del psicólogo bielorruso.

4. Es interesante notar en este punto que un proceso que guarda cierto paralelismo con lo que hemos venido describiendo y discutiendo es el de la lectura en voz alta y la lectura silenciosa. Svenbro (1997/2001, pp. 88 y ss.) señala que «en el transcurso del siglo V a. C. (se) atestigua una notable interiorización de la voz».

De acuerdo con el plan trazado, es necesario ocuparse aún, por último, de otra de las ideas nucleares de Vygotsky, la creencia en el método genético o evolutivo. Este es un tema mucho más fácil de tratar y, en cierto modo, ya lo hemos hecho. Si, según vimos, la perspectiva teórica que Vygotsky dibuja requiere de diversos planos para el estudio del desarrollo de los procesos psicológicos—filogenético, histórico, ontogenético, y microgenético—, y el trabajo de Netz corresponde netamente a uno de esos planos, el histórico, que además es el más descuidado por la psicología cultural... pues lo que tenemos aquí es sencillamente una buena complementación. Aún así, es oportuna alguna observación adicional. Netz no analiza las condiciones antecedentes que hacen posible la emergencia del método deductivo. La razón es sencilla. El problema se discute en términos de una posibilidad teórica *gradualista* frente a una posibilidad teórica *catastrofista*. Y se opta decididamente por esta última: «Lo que sugiero es que la historia temprana de las matemáticas griegas fue catastrófica, no gradual (...) De acuerdo con nuestra evidencia, las matemáticas aparecieron súbitamente, con completa fuerza» (*op. cit.*, p. 273). A Netz no le parece que para su caso histórico tenga sentido plantearse una microacumulación continua de logros pre-euclidianos, de formas rudimentarias de razonamiento deductivo que llegan finalmente a cristalizar en esa emergencia de un método de pensamiento con carácter propio y bien definido. Rechaza incluso que pueda considerarse que otras herramientas visuo-cognitivas, como los mapas y los diseños arquitectónicos, constituyan precedentes del diagrama letrado que hace posible el pensamiento matemático (*op. cit.*, cap. 3). Así que las condiciones específicas que la teoría defiende como suficientes para explicar el uso de un método deductivo de pensamiento son las dos ya establecidas, el diagrama letrado y el lenguaje matemático. Pero no parece que esto implique ningún desajuste significativo con respecto a las tesis vygotskianas. Recordemos que son las herramientas psicológicas las que juegan un papel crucial en los procesos de desarrollo. Y eso es también lo que Netz sostiene.

## 5. CONCLUSIÓN

A la pregunta que encabeza el apartado anterior —¿qué hay de vygotskyano en la teoría de Netz acerca de la emergencia de un método deductivo de pensamiento?—, dan ganas de darle una sola respuesta: todo. Pero quizá sea exagerar. Ni hemos revisado todos los aspectos importantes de la historia de Netz, ni tampoco todos los aspectos de las investigaciones de Vygotsky que podrían resultar aquí relevantes. Creemos, sin embargo, que hemos revisado los suficientes, de acuerdo con la intención de este trabajo, como para establecer algunas conclusiones —y que los no revisados no pueden modificar de manera sustancial la línea argumentativa fundamental que se ha ido construyendo.

En primer lugar, que el trabajo de Netz no constituye una empresa absolutamente singular desde un punto de vista psicológico. Desde luego, está situado al otro lado de la línea trazada por Fodor. Pero existe toda una tradición de investigación psicológica, aquella que tiene a Vygotsky como una de sus iniciadores, precisamente más allá de esa línea. Con respecto a la tradición de la psicología cultural, la historia cognitiva de la deducción de Netz resulta una contribución como mínimo muy esclarecedora, pero seguramente sería más apropiado decir que representa una contribución de primera magnitud. Y mucho más teniendo en cuenta, ya se ha dicho, la escasez de investigación verdaderamente histórica acorde con una perspectiva teórica que *necesita* evidencia histórica, porque parte de presupuestos fuertemente comprometidos con una visión histórica del desarrollo de los procesos psicológicos. La falta de ese tipo de evidencia debilita al conjunto de la perspectiva (Perinat, 2007). Al respecto, lo que aquí se ha querido hacer es menos explotar la contribución de Netz en todas sus facetas que llamar la atención de los psicólogos sobre su existencia.

La historia cognitiva de la deducción, interpretada ya a la luz de la psicología de Vygotsky, cumple con los cuatro criterios que el psicólogo ruso empleaba para distinguir, y señalar la línea de desarrollo, entre procesos psicológicos elementales y superiores (Wertsch, 1985/1988). Puede verse, primero, como una defensa, una muestra y una ejemplificación de cómo aparecen formas de control, de regulación voluntaria, en el ejercicio práctico y bien circunscrito de tareas y operaciones de pensamiento. Una cosa sería inferir a instancias de la situación y otra empezar a razonar controlando el propio comportamiento cognitivo, sometiéndolo a unas reglas del juego determinadas, que están siendo construidas históricamente en esas prácticas. En segundo lugar, y asociado con lo anterior, el proceso inferencial está pasando de ser una actividad automática que dispara el entorno, y cuyo proceso resulta en esa medida muy poco, o nada, consciente, a ser una actividad consciente a la vez que, y en tanto que, controlada. En tercer lugar, el trabajo de Netz es un bello ejemplo, y prueba, «del origen social de los procesos psicológicos superiores». El trabajo de Netz da sentido y precisión a esa expresión. Por último, pero en realidad, como si dijéramos, en el centro de todo lo demás, muestra, como lo veríamos con una lupa de muchos aumentos, algo que Vygotsky sí que apuntó repetidamente, pero que Netz consigue que veamos con más claridad: el papel de las herramientas psicológicas como mediadoras en la formación de esas funciones psicológicas superiores.

Dijimos antes que aquí se entiende que la perspectiva teórica de Vygotsky es la que mejor correspondencia teórica tiene con el trabajo de Netz. Pero evidentemente, no es la única perspectiva psicológica en la que se plantee una investigación *aparentemente* próxima a *sus temas*. Tanto la psicología de la deducción como el estudio del uso de representaciones gráficas en la resolución de problemas vienen recibiendo una sistemática atención por parte de la investigación cognitiva (veáse, por ejemplo, Holyoak

y Morrison, 2005, para una revisión actualizada de la investigación en psicología del pensamiento). En el caso concreto de la investigación psicológica sobre la deducción, una de las orientaciones que viene tomando la teoría, con respecto a los resultados acumulados a lo largo de las últimas décadas, es la distinción entre dos tipos de procesos de razonamiento (veáse, por ejemplo, Evans, 2005). Muy resumidamente, los procesos de razonamiento determinados por el llamado sistema 1 se conciben como dependientes de un sistema que descansa en el aprendizaje asociativo, por lo que funcionan básicamente de manera implícita, en el sentido de que sólo son accesibles a la conciencia los productos finales del razonamiento, y no las operaciones que llevan a conclusiones; son, por tanto, ajenos a lo que suele entenderse por reflexión consciente. En contraste, los procesos del llamado sistema 2 serían lentos y secuenciales, y serían los que hacen posible un razonamiento abstracto y un pensamiento hipotético que descansa en los recursos de la memoria de trabajo, y es reflexivo y consciente. Podría parecer, a primera vista, que tal distinción viene a estar cerca de la distinción vygotskyana entre procesos psicológicos elementales y superiores, y también de un trabajo como el de Netz que, así visto, reconstruye para el caso de la deducción el proceso mediante el cual las operaciones inferenciales pasan de funcionar quizá en el sistema 1 a reconstruirse como actividades (metódicamente) deductivas del sistema 2. Pero, nos tememos, se trata de un espejismo. Porque parece ser que, desde la perspectiva cognitiva, los procesos de tipo 2, aunque se reconozcan como «singularmente humanos», sencillamente carecen de historia cultural en el sentido en que Netz y Vygotsky lo entienden. Poseen únicamente, se pretende, una *historia evolutiva*, es decir, biológica. Tal perspectiva hace prácticamente imposible, nos parece, la asimilación de un trabajo como el de Netz en el marco de la investigación cognitiva de la deducción. Y la excluyen de una manera mucho más directa y efectiva, aunque en el fondo sea por las mismas o parecidas razones, que la delineación *a priori* de fronteras trazada por Fodor.

En cuanto a la investigación psicológica sobre razonamiento *visuoespacial* y el uso de sistemas de representación gráfica, encontramos un panorama en buena medida similar. Aquí sí se usa la expresión de *herramientas cognitivas*, y se estudia cómo esas herramientas «hacen posible la inferencia basada en el procesamiento visuoespacial» (Tversky, 2005), pero los supuestos de la investigación parecen estar fuertemente cargados de la idea de que todo el proceso es, unidireccionalmente, de *externalización*, sin que esas operaciones tengan un efecto retroactivo en el plano cognitivo que es, si lo entiendo bien, el «meollo» de las posiciones de Vygotsky y de Netz. Tversky (*op. cit.*, p. 232) lo expresa así:

Como herramientas cognitivas, los gráficos facilitan el razonamiento, tanto por la externalización como porque descargan la memoria y el procesamiento, y proyectan el razonamiento abstracto en comparaciones y transformaciones espa-

ciales. Los gráficos organizan y esquematizan la información espacial y abstracta para iluminar y focalizar la información esencial. Como el lenguaje, los gráficos sirven para transportar conceptos espaciales y abstractos a otras personas. Hacen públicos pensamientos privados de modo que una comunidad puede entonces usar y revisar esos conceptos de manera colaboradora.

Muy interesante, sin duda. Pero no parece haber nada en la dirección contraria. Los pensamientos preexisten y las herramientas ayudan a hacerlos públicos –como venía a decir el interlocutor de Feynman. Sin embargo, el énfasis de Vygotsky radica en cómo la herramienta, que se considera previa y social, se hace privada, y de ese modo contribuye al desarrollo de los procesos psicológicos. Si he interpretado bien, la historia de la deducción de Netz está mucho más cerca de esa idea que de los supuestos de la investigación cognitiva.

## 6. EPÍLOGO

Retomando el hilo de las consideraciones preliminares con las que empezábamos este trabajo, parece fundado señalar que la historia cognitiva de Netz es un robusto fragmento de historia de la *psicología*. En parte, porque, como el propio Netz señala, su estudio «no es una ‘aplicación’ de alguna teoría cognitiva». Y en parte también por cómo se redefine el problema del pensamiento deductivo en relación con la investigación y la teoría psicológica. Los psicólogos estudian, entre otras muchas cosas, el pensamiento humano. A la hora de hacerlo, una de las habilidades y características del pensamiento humano que se convierten en objeto de investigación, es el pensamiento deductivo. Lo que los psicólogos hacen muy frecuentemente es plantear problemas y tareas deductivas a fin de recoger y observar las respuestas a esos problemas, para poder después teorizar los fundamentos cognitivos de tales respuestas. Pero parecen trabajar muy a menudo bajo el supuesto de que la deducción es un fenómeno o habilidad natural, una capacidad inherente al sistema cognitivo o a la *naturaleza humana*. Pero lo que hace Netz es mostrar que la misma habilidad deductiva que los psicólogos tomamos como *natural* tiene unas condiciones histórico-cognitivas precisas de emergencia, una fecha de nacimiento cultural y una, por así decir, autoría histórica. Dicho de otra manera, los seres humanos *aprendieron* a deducir. A partir de ahí, se vuelve mucho más difícil sostener una de las condiciones que Vernant (1965/2006, p. 11) señalaba, por parte de los psicólogos, como cruciales para impedir una relación entre la Historia y la Psicología: «descarta(r) a priori, sin ser plenamente conscientes de ello, toda referencia a una posible historia de las funciones psicológicas».

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADARRAGA, P. (1994): «Sistemas basados en conocimiento: conceptos básicos», en P. Adarraga y J. L. Zaccagnini (eds.), *Psicología e Inteligencia Artificial*. Madrid, Trotta.
- COLE, M. (1996/1999): *Psicología cultural*. Madrid, Morata.
- D'ANDRADE, R. (1995): *The Development of Cognitive Anthropology*. Cambridge, Cambridge University Press.
- DANIELS, H., M. COLE y J. WERTSCH (eds.) (2007): *The Cambridge Companion to Vygotsky*. Cambridge, Cambridge University Press.
- DONALD, M. (1991): *Origins of the Modern Mind. Three Stages in the Evolution of Culture and Cognition*. Cambridge, Ma., Harvard University Press.
- EUCLIDES (1991): *Elementos. Libros I-IV*. Madrid, Gredos (traducción de María Luisa Puertas Castaños).
- EVANS, J. St. B.T. (2005): «Deductive Reasoning», en K.J. Holyoak y R.G. Morrison (eds.), *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning*, Cambridge, Cambridge University Press.
- FODOR, J. (1983/1986): *La modularidad de la mente*. Madrid, Morata.
- HOLYOAK, K. J. y R. G. MORRISON (2005): *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning*. Cambridge, Cambridge University Press.
- KNOX, J. E. (1993): «Translator's Introduction», en L. S. Vygotsky y A. R. Luria (1930/1993). *Studies on the History of Behavior. Ape, Primitive and Child*. Hillsdale, Lawrence Earlbaum Associates.
- KOZULIN, A. (1998/2000): *Instrumentos psicológicos. La educación desde una perspectiva sociocultural*. Barcelona, Paidós.
- KUHN, T. S. (1962/1975): *La estructura de las revoluciones científicas*. México, FCE.
- LATOUR, B. (in press): The Netz-Works of Greek Deductions. A Review of Reviel Netz (2003) «The Shaping of Deduction in Greek Mathematics. A Study in Cognitive History», Cambridge, Cambridge University Press. To be published in *Social Studies of Science*.
- LEHOUX, D. (2000): «Review of R. Netz, The Shaping of Deduction in Greek Mathematics». Cambridge, Cambridge University Press, 1999. *Bryn Mawr Classical Review*, 2000.02.17.
- LEONTIEV, A. N. (1970): «Prólogo a L.S. Vygotsky». *Psicología del arte*. Barcelona, Barral.
- LLOYD, G. E. R. (2002): *The Ambitions of Curiosity. Understanding the World in Ancient Greece and China*. Cambridge, Cambridge University Press.
- MARTÍ, E. (2003): *Representar el mundo externamente. La adquisición infantil de los sistemas externos de representación*. Madrid, A. Machado Libros.

- NETZ, R. (1999): *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics. A Study in Cognitive History*. Cambridge, Cambridge University Press.
- OLSON, D. R. (1994/1998): *El mundo sobre el papel. El impacto de la escritura y la lectura en la estructura del conocimiento*. Barcelona, Gedisa.
- PERINAT, A. (2007): «La teoría histórico-cultural de Vygotsky: algunas acotaciones a su origen y su alcance». *Revista de Historia de la Psicología*, 28, (2/3), pp. 19-25.
- SHAPIN, S. y S. SCHAFFER (1985): *Leviathan and the Air-Pump. Hobbes, Boyle and the Experimental Life*. Princetown, Princetown University Press.
- SMITH, R. (2007): *Being Human. Historical Knowledge and the Creation of Human Nature*. Manchester, Manchester University Press.
- SVENBRO, J. (1997/2001): «La Grecia arcaica y clásica. La invención de la lectura silenciosa», en G. Cavallo y R. Chartier, *Historia de la lectura en el mundo occidental*. Madrid, Taurus.
- TVERSKY, B. (2005): «Visuospatial Reasoning», en K. J. Holyoak y R. G. Morrison (eds.), *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning*. Cambridge, Cambridge University Press.
- VALSINER, J. y A. ROSA (eds.) (2007): *The Cambridge Handbook of Sociocultural Psychology*. Cambridge, Cambridge University Press.
- VERNANT, J. P. (1965/2006): «Historia y psicología». *Boletín informativo de la Sociedad Española de Historia de la Psicología*, 37 (8-16) (Introducción, traducción y notas de Noemí Pizarroso).
- VYGOTSKY, L. S. (1931/1995): «Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores», en L. S. Vygotsky, *Obras Escogidas*, vol. 3. Madrid, Aprendizaje/Visor.
- (1978/1979): *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Madrid, Crítica.
- (1934/1977): *Pensamiento y lenguaje. Teoría del desarrollo cultural de las funciones psíquicas*. Buenos Aires, La Pléyade.
- VYGOTSKY, L. S. y A. R. LURIA (1930/1993): *Studies on the History of Behavior. Ape, Primitive and Child*. Hillsdale, Lawrence Earlbaum Associates.
- WERTSCH, J. V. (1985/1988): *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona, Paidós.
- WERTSCH, J. V. (1993): «Foreword», en L. S. Vygotsky y A. R. Luria (1930/1993), *Studies on the History of Behavior. Ape, Primitive and Child*. Hillsdale, Lawrence Earlbaum Associates.

APÉNDICE: EUCLIDES, LIBRO I, PROPOSICIÓN 1

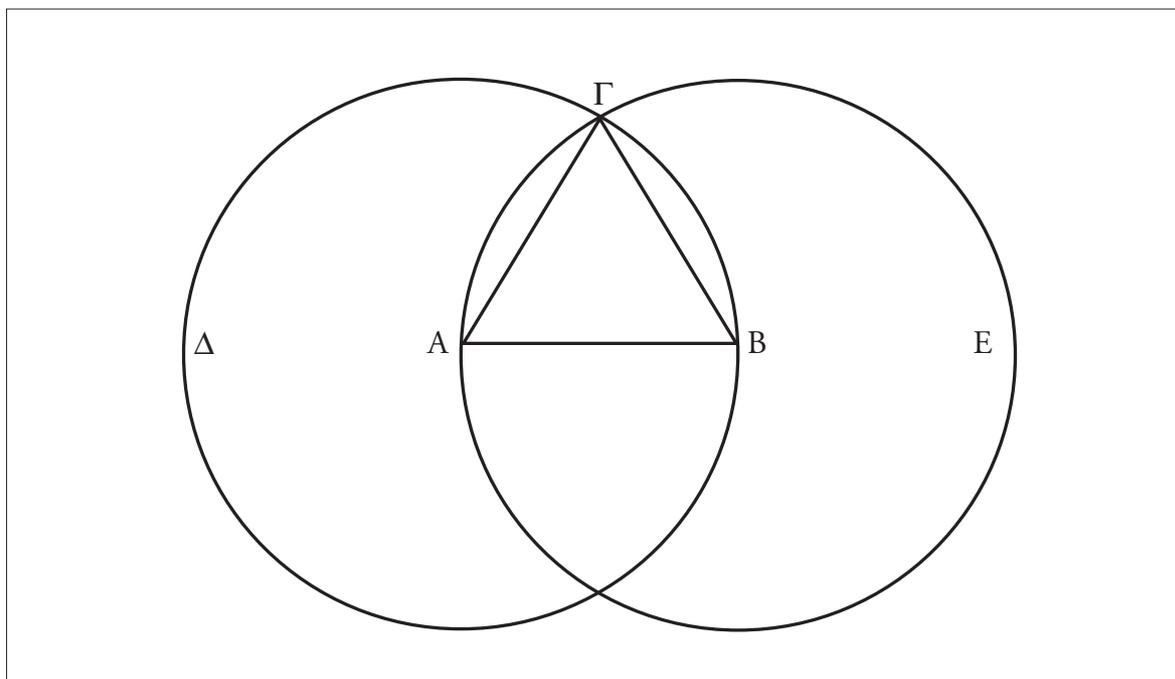


Diagrama de Euclides, libro I, proposición 1.

*Construir un triángulo equilátero sobre una recta finita dada.*

Sea AB la recta finita dada.

Así pues, hay que construir sobre la recta AB un triángulo equilátero.

Descríbase con el centro A y la distancia AB el círculo BΓΔ, y con el centro B y la distancia BA descríbase a su vez el círculo AΓE, y a partir del punto Γ donde los círculos se cortan entre sí, trácense las rectas ΓA, ΓB hasta los puntos A, B.

Y puesto que el punto A es el centro del círculo ΓAB, AΓ es igual a AB; puesto que el punto B es a su vez el centro del círculo ΓAE, BΓ es igual a BA; pero se ha demostrado que ΓA es igual a AB; por tanto, cada una de las (rectas) ΓA, ΓB es igual a AB.

Ahora bien, las cosas iguales a una misma cosa son también iguales entre sí;  
por tanto,  $\Gamma A$  es también igual a  $\Gamma B$ ;  
luego las tres  $\Gamma A$ ,  $AB$ ,  $B\Gamma$  son iguales entre sí.

Por consiguiente, el triángulo  $AB\Gamma$  es equilátero y ha sido construido sobre la recta finita dada  $AB$ .

(Que es) lo que había que hacer.